

Der Sonnenlauf im Verlauf eines Jahres

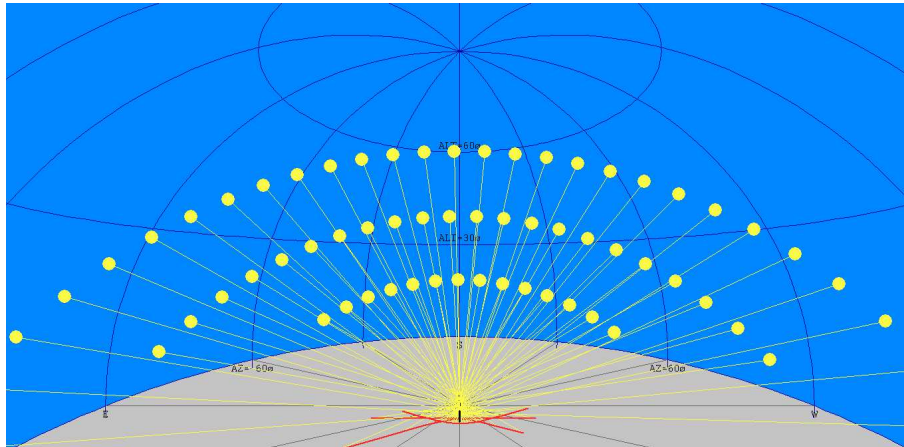


Abbildung 1: Die Bewegung der Sonne über den Himmel zu Winteranfang, Frühlingsanfang und Sommeranfang
(erzeugt mit dem Programm „Schattenspur“)

1 Einleitung

Der Lauf der Sonne über den Himmel ist so regelmäßig, dass er – mit Sonnenuhren – benutzt wird, um die Zeit zu messen. Allerdings kann man bei genauer Beobachtung bemerken, dass sich der Sonnenlauf von Woche zu Woche, ja sogar von Tag zu Tag ändert und dass auch gut aufgestellte Sonnenuhren meistens nicht genau gehen (s. Abb. 1).

Der Sonnenlauf lässt sich z. B. mit einem Schattenstab sehr genau verfolgen: Aus der Spur, die die Schattenspitze im Laufe eines Sonnentages auf dem Boden zieht, lässt sich auf die Bahn der Sonne am Himmel zurückschließen. Solche Untersuchungen sind faszinierend und lehrreich ([2]). Aber sie benötigen viel Zeit und Ausdauer. Deshalb wird in dieser Praktikumsaufgabe ein anderer Wege beschritten¹: Einem Kalender werden die Auf- und Untergangszeiten der Sonne entnommen, die in vielen Taschenkalendern für jede Kalenderwoche angegeben werden. Aus diesen Angaben lassen sich sehr viele Details des Sonnenlaufs über den Himmel bzw. des Umlaufs der Erde um die Sonne ableiten.

2 Etwas Theorie

Die Erde umläuft die Sonne einmal im Jahr auf einer leicht exzentrischen, fast kreisförmigen Bahn. Dabei bewegt sie sich etwas schneller, wenn sie der Sonne besonders nahe ist. Zusätzlich rotiert die Erde in etwa 23 Stunden und 56 Minuten einmal um eine Achse, die nicht senkrecht auf der Bahnebene steht, sondern mit der Normalen einen Winkel von 23.5° bildet (Abb. 2, links). Weil sich die Sonne von einem Tag auf den nächsten auf ihrer Bahn um die Sonne etwas weiter bewegt, muss sie sich von einem Mittag bis zum darauf folgenden um etwas mehr als 360° drehen – und dafür benötigt sie im Mittel genau 24 Stunden.

¹Die Idee zu dieser Aufgabe geht auf W. Schlosser [4] zurück.

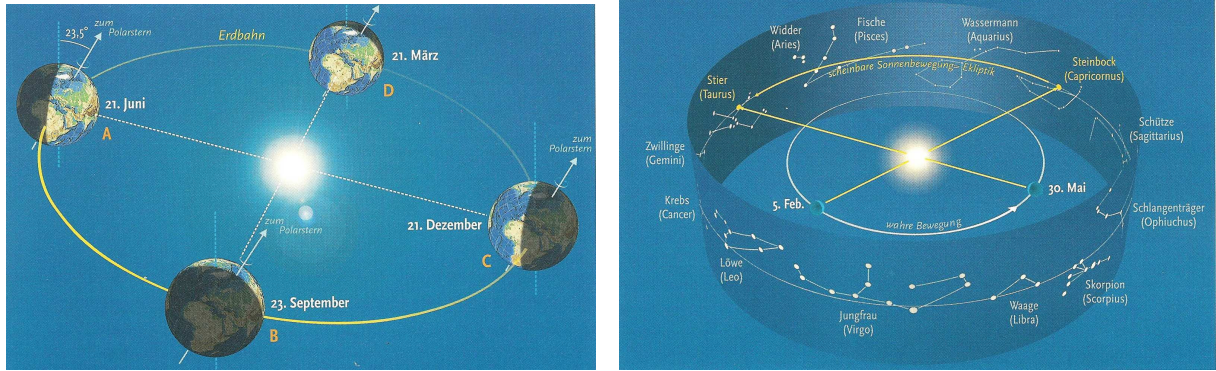


Abbildung 2: Der Umlauf der Erde um die Sonne (links) macht sich von der Erde aus durch die Bewegung der Sonne entlang der Ekliptik über den Sternenhimmel bemerkbar.

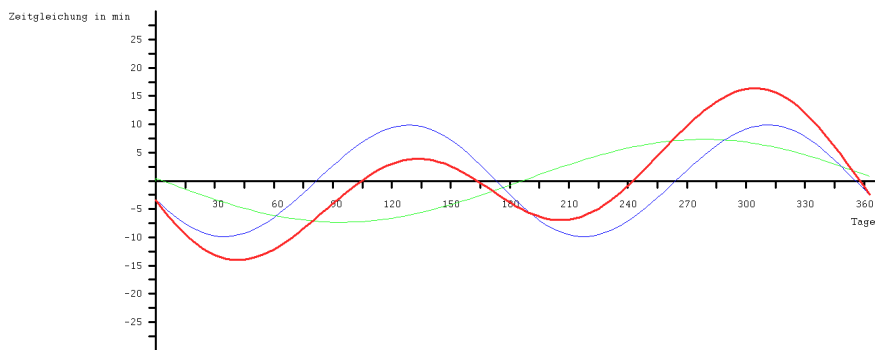


Abbildung 3: Die Zeitgleichung (rot) und die Beiträge des ungleichförmigen Umlaufs der Erde (grün) und der Achsneigung (blau)

Da die Menschen das System Erde-Sonne nicht von außen betrachten konnten, mussten sie diese Aussagen aus den Beobachtungen und Messungen erschließen, die sie von der Erde aus machen konnten. Dabei entsprechen der täglichen Rotation der Erde aus der „Innensicht“ der sich mit einer Periode von 23h56m drehende Sternenhimmel und die Wanderung der Sonne über den Tageshimmel von ihrem Aufgang am Osthimmel über ihren Höchststand im Süden bis zu ihrem Untergang am Westhimmel. Von Mittag zu Mittag benötigt sie dazu im Mittel 24 Stunden. Dem Umlauf der Erde um die Sonne entspricht die beobachtbare (bzw. indirekt erschließbare) jährliche Wanderung der Sonne über den Sternenhimmel *von West nach Ost* auf einer Bahn, die – und das entspricht der schief stehenden Rotationsachse der Erde! – mit dem Himmelsäquator einen Winkel von 23.5° bildet (Abb. 2 rechts).

Die Länge der Sonnentage variiert im Laufe eines Jahres um bis zu ± 30 Sekunden. Das führt zu Gangdifferenzen zwischen Sonnenuhren und unserer gleichmäßig laufenden Uhrzeit von bis zu 16 Minuten. Diese Unterschiede werden in Form der so genannten **Zeitgleichung** grafisch dargestellt (Abb. 3): Ist die Zeitgleichung positiv, gehen Sonnenuhren nach, sonst vor. Nur viermal im Jahr stimmen Sonnenzeit und mittlere Zeit überein.

Die Bewegung der Sonne über den Sternenhimmel verlängert den *Sonnentag* (von Mittag zu Mittag) gegenüber dem *Sternentag* (von einem Höchststand eines Sterns im Süden bis zum

nächsten) im Mittel um etwa vier Minuten. Diese Verlängerung ist nicht immer gleich groß: Die Sonnentage sind besonders lang, wenn sich die Sonne besonders schnell auf der Ekliptik bewegt, und umgekehrt (Abb. 3). Mit der ungleichförmigen Bewegung der Sonne lässt sich jedoch nicht erklären, warum Sonnenuhren *zweimal im Jahr* vor- und nachgehen (s. die grüne Kurve in Abbildung 3). Dafür ist der Winkel zwischen Himmelsäquator und Ekliptik verantwortlich (s. die blaue Kurve in Abbildung 3)².

3 Benötigte Hilfsmittel

Auf der letzten Seite finden Sie eine Tabelle. Sie enthält für jede Woche des Jahres die Angaben für die Sonnenauf- und -untergänge aus einem Taschenkalender³.

Zur Erleichterung der Bearbeitung finden Sie im Netz eine **Excel-Tabelle mit den Auf- und Untergangszeiten**. Die Tabelle finden Sie unter dem Namen `JahreslaufderSonne.xls`.

Die genannten Programme finden Sie im Netz unter <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroMaterialien>.

Ohne Computer und Tabellenkalkulationsprogramm werden eine Taschenrechner und für die Diagramme kariertes Papier benötigt.

Literatur

- [1] Backhaus, U.; Schlichting, H. J., *Astronomie mit einer Sonnenuhr*, Vorträge der DPG 1987 in Berlin, <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroMaterialien/Literatur/AstronomiemiteinerSonnenuhr.pdf>
- [2] Backhaus, U., Struzyna, S.: *Der Lauf der Sonne über den Himmel*, Grundschule Sachunterricht 51, 6 (2011), <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/publicat/DerLaufderSonneueberdenHimmel.pdf>
- [3] Backhaus, U.: *Das Sonnenanalemma als Schulprojekt*, *Astronomie und Raumfahrt* 52/2, (2015), <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/publicat/SonnenanalemmaalsSchulprojekt.pdf>, dort weitere Literatur
- [4] Schlosser, W.: *Astronomische Musterversuche für die Sekundarstufe I*, vorläufige Version, in den 1980er Jahren als Fotokopie vervielfältigt

²Mit dem Programm „ZeitgleichungundAnalemma“ können Sie sich die Zusammenhänge zwischen der Bewegung der Sonne auf der Ekliptik, der Länge der Sonnentage und dem Gang von Sonnenuhren (Zeitgleichung) visualisieren lassen.

³Die Daten entstammen einem Kalender für das Jahr 1996. Bis auf sehr kleine Abweichungen, die dadurch entstehen, dass das Jahr nicht 365 Tage sondern 365.25 Tage hat (Schaltjahr!), sind sie aber für jedes Jahr gleich.

4 Aufgaben

1. Werten Sie die Angaben über die Auf- und Untergangszeiten der Sonne aus!

- Stellen Sie die Veränderungen der Auf- und Untergangszeiten der Sonne im Verlauf des Jahres grafisch dar.
- Berechnen Sie aus den Auf- und Untergangszeiten die Zeit, die sich die Sonne über dem Horizont befindet („Sonnenscheindauer“), und stellen Sie sie grafisch dar.
- Berechnen Sie aus den Auf- und Untergangszeiten die Mittagszeitpunkte und stellen Sie ihre Veränderung im Laufe des Jahres grafisch dar. Vergleichen Sie die entstandene Kurve mit der Zeitgleichung in Abbildung 3.
- Berechnen Sie aus den Mittagszeitpunkten die jeweils über 7 Tage gemittelten Längen der Sonnentage (Zeit, die zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationszeitpunkten vergeht). Stellen Sie ihre Abweichung von 24 Stunden grafisch dar.

2. Versuchen Sie, Ihre Ergebnisse zu interpretieren!

- Woran liegt es, dass sich die Sonnenscheindauer im Laufe eines Jahres so stark ändert?
- Versuchen Sie eine Begründung für die ungleichmäßig sich ändernde Länge des Sonnentages zu geben. Berücksichtigen Sie dabei
 - die Neigung der Erdachse gegen die Bahnebene der Erde (bzw. den Winkel zwischen der jährlichen Sonnenbahn über den Sternenhimmel (der Ekliptik) und dem Himmelsäquator und
 - den ungleichförmigen Umlauf der Erde um die Sonne (bzw. die unterschiedlichen (Winkel-) Geschwindigkeiten der Sonne auf ihrer Bahn über den Sternenhimmel.

Tipp: Simulieren Sie auf dem Computer die Entstehung der so genannten **Zeitgleichung** mit dem Programm „Zeitgleichung und Analemma“, das Sie im Netz finden.

3. Werten Sie die Daten *quantitativ* aus.

- Auf welcher geografischen Länge liegt der Ort, für den die Kalenderangaben berechnet wurden?
- Wie groß ist die geografische Breite dieses Ortes. Für die Beantwortung dieser Frage benötigen Sie die maximale Deklination der Sonne: $\delta_{max} = 23.5^\circ$.
Tipp: Der Zusammenhang zwischen der „Sonnenscheindauer“ (der Länge τ des Tagbogens der Sonne), der Deklination δ_S der Sonne und der geografischen Breite φ lautet:

$$\cos \frac{\tau}{2} = -\tan \varphi \tan \delta_S \quad (1)$$

Daraus ergibt sich τ zunächst als Winkel, der noch in Stunden umgerechnet werden muss.

- Nachdem Sie die geografische Breite des Ortes bestimmt haben, können Sie die Deklination der Sonne mithilfe derselben Beziehung für jede Woche des Jahres berechnen.

⁴Weil beide Effekte nahezu in Phase sind (s. Abb. 3), lässt sich δ_{max} gut aus der mittleren Höhe der Tageslängenextrema (s. [1]) abschätzen.

- (d) Das Azimut A der Untergangspunkte der Sonne, d. i. der von Süden aus gemessene Winkel zum Untergangspunkt, hängt in der folgenden Weise von der Deklination der Sonne und der geografischen Breite des Beobachtungsortes ab⁵:

$$\cos A = -\frac{\sin \delta_S}{\cos \varphi}$$

Berechnen Sie mit Hilfe dieser Gleichung, wie stark sich am Ort, für den die Kalenderdaten berechnet worden sind, die Auf- und Untergangspunkte der Sonne zwischen Winteranfang und Sommeranfang verändern.

- (e) Konstruieren nun Sie nun zum krönenden Abschluss aus den Daten ein so genanntes *Analemma*, indem Sie die Deklination der Sonne (oder ihre Mittagshöhe) als Funktion der Mittagsuhrzeit (oder ihrer Abweichung vom Mittelwert) grafisch darstellen.

⁵Die Beziehung ist nicht schwer herzuleiten. Solche Ableitungen sind jedoch nicht Gegenstand dieser Praktikumsaufgabe.

lfNr	Datum	SA (MEZ)	SU (MEZ)	Tageslänge in h.min	Mittagszeit (MEZ)
1	1. 1.1996	8.27	16.24		
2	8. 1.1996	8.25	16.32		
3	15. 1.1996	8.21	16.42		
4	22. 1.1996	8.14	16.53		
5	29. 1.1996	8.05	17.05		
6	5. 2.1996	7.55	17.18		
7	12. 2.1996	7.43	17.31		
8	19. 2.1996	7.29	17.43		
9	26. 2.1996	7.15	17.56		
10	4. 3.1996	7.00	18.08		
11	11. 3.1996	6.45	18.20		
12	18. 3.1996	6.29	18.32		
13	25. 3.1996	6.13	18.44		
14	1. 4.1996	5.57	18.55		
15	8. 4.1996	5.42	19.07		
16	15. 4.1996	5.26	19.19		
17	22. 4.1996	5.12	19.30		
18	29. 4.1996	4.58	19.42		
19	6. 5.1996	4.45	19.53		
20	13. 5.1996	4.34	20.04		
21	20. 5.1996	4.24	20.14		
22	27. 5.1996	4.16	20.23		
23	3. 6.1996	4.10	20.31		
24	10. 6.1996	4.06	20.37		
25	17. 6.1996	4.05	20.41		
26	24. 6.1996	4.06	20.42		
27	1. 7.1996	4.10	20.41		
28	8. 7.1996	4.16	20.38		
29	15. 7.1996	4.23	20.32		
30	22. 7.1996	4.32	20.24		
31	29. 7.1996	4.42	20.14		
32	5. 8.1996	4.53	20.02		
33	12. 8.1996	5.03	19.49		
34	19. 8.1996	5.15	19.35		
35	26. 8.1996	5.26	19.21		
36	2. 9.1996	5.37	19.05		
37	9. 9.1996	5.48	18.50		
38	16. 9.1996	5.59	18.34		
39	23. 9.1996	6.10	18.18		
40	30. 9.1996	6.21	18.02		
41	7.10.1996	6.33	17.46		
42	14.10.1996	6.44	17.31		
43	21.10.1996	6.56	17.16		
44	28.10.1996	7.08	17.02		
45	4.11.1996	7.21	16.50		
46	11.11.1996	7.33	16.39		
47	18.11.1996	7.45	16.29		
48	25.11.1996	7.56	16.22		
49	2.12.1996	8.06	16.17		
50	9.12.1996	8.15	16.14		
51	16.12.1996	8.21	16.14		
52	23.12.1996	8.25	16.17		
53	30.12.1996	8.27	16.23		