

# Messung der Astronomischen Einheit nach Ole Römer

## 1 Einleitung

Misst man um die Zeit der Jupiteropposition die Umlaufzeit des Jupitermondes Io, dann kann man feststellen, dass sich die folgenden Austritte dieses Mondes aus dem Jupiter-schatten während des nächsten halben Jahres bis zur Konjunktion von Jupiter immer mehr verspäten. Nach der Konjunktion treten die Verfinsterungen dagegen immer früher ein. Römer erkannte in dieser Erscheinung einen Lichtlaufzeiteffekt, der auf dem sich ändernden Abstand zwischen Erde und Jupiter beruht, und bestimmte daraus den ersten Wert für die Lichtgeschwindigkeit (siehe z.B. [4]).

Heute, da die Lichtgeschwindigkeit bereits auf dem Labortisch gemessen werden kann, kann der Effekt umgekehrt benutzt werden, die Astronomische Einheit zu messen ([3],[2]). Als „Beobachtungsdaten“ werden in dieser Aufgabe die Angaben benutzt, die man einem astronomischen Kalender ([1]) für die Zeitpunkte der Schatteneintritte (**VA**) bzw. der Verfinsterungsenden (**VE**) des innersten Galileischen Mondes **Io** entnehmen kann.

## 2 Etwas Theorie

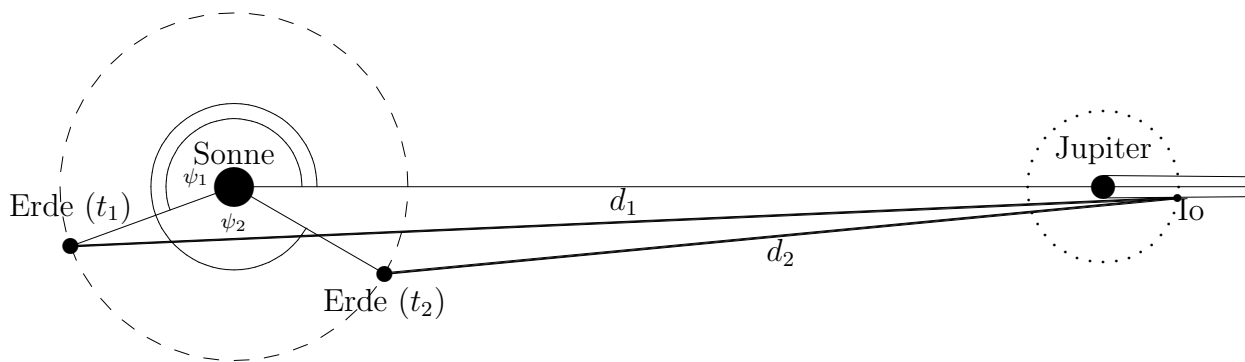


Abbildung 1: Zur Messung der Astronomischen Einheit durch Beobachtung von Io-Verfinsterungen

Der Jupitermond Io hat eine *synodische* Umlaufzeit von  $T_{Io}$ . Zwischen  $t_1$  und  $t_2$  haben  $n$  Io-Umläufe stattgefunden. Ios Verfinsterung müsste also zur Zeit  $t_1 + nT_{Io}$  stattfinden. Sie wird aber zum früheren Zeitpunkt  $t_2$  beobachtet.

Die Zeitdifferenz ist ein Maß für die Veränderung des Abstandes zwischen Erde und Jupiter.

$$d_1 - d_2 = c(t_1 + nT_{Io} - t_2)$$

Bei bekanntem Bahnradius von Jupiter (in AE) und bekannten Winkeln  $\psi_1$  und  $\psi_2$ , die sich aus den seit der letzten Jupiteropposition vergangenen Zeiten  $t_1$  und  $t_2$  und der

Umlaufzeit (im rotierenden Bezugssystem, in dem Jupiter ruht, ist das die synodische Umlaufzeit von Jupiter) ergeben, kann  $d_1 - d_2$  in Vielfachen einer AE berechnet werden:

$$d_1 - d_2 = \alpha AE \quad \implies \quad 1AE = \frac{c}{\alpha}(t_1 + nT_{Io} - t_2)$$

Römers Verfahren kann anhand der Angaben in einem Astronomischen Kalender ([1]) nachvollzogen werden. Bei einzelnen Io-Umläufen ist der zu untersuchende Effekt zwar kleiner als die Genauigkeit der Angaben; er summiert sich aber im Laufe von Monaten zu mehreren Minuten.

Um die Rechnungen zu vereinfachen, werden die (um 2450000 verringerten) julianischen Daten der Verfinsterungszeitpunkte mit angegeben.

### 3 benötigte Hilfsmittel

- Lineal
- Geodreieck bzw. Winkelmesser
- einfacher Taschenrechner
- evtl. Computer

### Literatur

- [1] Ahnert, *Kalender für Sternfreunde 1997*, Johann Ambrosius Barth: Heidelberg usw. 1996
- [2] H.-L. Neumann, *Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durch Ole Römer*, Praxis der Naturwissenschaften/Physik 37/4, 16 (1988)
- [3] U. Quast, U. Backhaus, *Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Römers Verfahren mit Hilfe eines astronomischen Kalenders*, Naturwissenschaften im Unterricht (Physik/Chemie) 35/7, 35 (1987)
- [4] O. Römer, *Eine Demonstration der Bewegung des Lichtes*, Übersetzung der Originalarbeit von 1676, in S. Sambursky (Hrsg.): *Der Weg der Physik*, dtv 6093: München 1978

## 4 Aufgaben

Römers Methode zur Messung der Lichtgeschwindigkeit soll anhand der Verfinsterungszeitpunkte nachvollzogen werden, die einem astronomischen Kalender für 1997 ([1]) entnommen wurden.

Die folgenden Aufgaben können auch mit einem Tabellenkalkulationsprogramm (z.B. Excel) bearbeitet werden. Die Daten der Tabelle auf S. 5 liegen auch als Tabellenblatt vor<sup>1</sup>.

- (a) Warum kann man nicht alle Verfinsterungen Ios beobachten?  
(b) Warum lassen sich *vor* der Opposition nur die *Eintritte* Ios in den Jupiterschatten (**VA** für Verfinsterungsanfang), nach der Opposition dagegen nur die *Austritte* (**VE**) beobachten?
- Den Werten kann man eine Schätzung  $T_{appr}$  für Ios Umlaufzeit entnehmen. Wie groß ist diese?

$$T_{appr} =$$

- Bestimme mit Hilfe von  $T_{appr}$  die Anzahl  $n_i$  der Umläufe zwischen den beobachtbaren Verfinsterungen.
- Aus den Zeitspannen  $dt_i$  und der Anzahl der Umläufe ergeben sich die jeweiligen mittleren Umlaufzeiten  $T_i$ .
- Berechne die tatsächliche (synodische) Umlaufzeit  $T_{Io}$  von Io als gewichtetes Mittel aller  $T_i$  (d.i. die insgesamt vergangene Zeit dividiert durch die Anzahl der Umläufe<sup>2</sup>).

$$T_{Io} =$$

- Mit  $T_{Io}$  lässt sich berechnen, wieviel Zeit  $\Delta t_{erw}$  zwischen den Verfinsterungsenden am **20.8.** und am **15.12.** vergehen müsste.

$$\Delta t_{erw} =$$

- Wie groß ist aber die tatsächlich beobachtete Zeitspanne  $\Delta t_{gem}$ ?

$$\Delta t_{gem} =$$

- Der Austritt Ios aus dem Jupiterschatten am 15.12. verspätet sich also um

$$\Delta t_L = \Delta t_{gem} - \Delta t_{erw} = \quad \quad \quad \mathbf{min}$$

- Die Änderung der Entfernung  $\Delta d$  zwischen Erde und Jupiter zwischen dem 20.8. und dem 15.12. kann aus den bekannten Werten für den Radius der (als kreisförmig angenommenen) Jupiterbahn ( $r_{Jup} = 5.0AE$ ) und die synodische Umlaufzeit ( $T_{syn} = 398.9 \text{ Tage}$ ) Jupiters bestimmt werden:

---

<sup>1</sup>Das Tabellenblatt enthält keine Julianischen Daten, weil es mit Excel möglich ist, Zeitdifferenzen direkt berechnen zu lassen.

<sup>2</sup>Das ist das beste, was man mit den Daten eines Jahres tun kann: Man muss hoffen, dass sich die Laufzeitfehler vor und nach der Opposition ungefähr kompensieren!



Abb. 2 Positionen der Erde in dem Bezugssystem, in dem Sonne *und* Jupiter ruhen<sup>3</sup>

- (a) Zeichne die Position der Erde zum Zeitpunkt der Jupiteropposition ein!
- (b) Bestimme die Positionen der Erde am 20.8. und 15.12., und zeichne sie ein<sup>4</sup>. Berechne dazu zunächst die seit der Opposition verstrichenen Zeiten!
- (c) Nun lassen sich die Entfernungen  $\mathbf{d}_1$  und  $\mathbf{d}_2$  berechnen oder in der Zeichnung ausmessen:

$$\mathbf{d}_1 = \quad \quad \quad \mathbf{AE}, \quad \mathbf{d}_2 = \quad \quad \quad \mathbf{AE}$$

- (d) Die Zunahme der Entfernung  $\Delta \mathbf{d}$  beträgt also

$$\Delta \mathbf{d} = \quad \quad \quad \mathbf{AE}$$

- (e) Für diese zusätzliche Entfernung benötigt das Licht die Zeit  $\Delta t_L$ . Seine Geschwindigkeit beträgt also

$$c = \frac{\Delta \mathbf{d}}{\Delta t_L} = \quad \quad \quad \frac{\mathbf{AE}}{\mathit{min}}$$

- 10. Ist die Größe der Astronomischen Einheit bekannt ( $1 \mathbf{AE} = 150\,000\,000 \mathbf{km}$ ), dann kann aus diesem Ergebnis die absolute Lichtgeschwindigkeit abgeleitet werden:

$$c = \quad \quad \quad \frac{\mathit{km}}{\mathit{s}}$$

Heute, da man die Lichtgeschwindigkeit bereits auf einem Labortisch messen kann, die Astronomische Einheit aber immer noch sehr schwierig zu bestimmen ist, liegt es näher, mit Hilfe der Io-Verfinsterungen aus dem bekannten Wert für die Lichtgeschwindigkeit ( $c = 300\,000 \frac{\mathit{km}}{\mathit{s}}$ ) die Größe der Astronomischen Einheit abzuleiten:

$$1 \mathbf{AE} = \quad \quad \quad \mathit{km}$$

---

<sup>3</sup>In diesem Bezugssystem beträgt die Umlaufzeit der Erde um die Sonne gerade eine synodische Umlaufzeit von Jupiter!

<sup>4</sup>Von Norden aus betrachtet bewegt sich die Erde im entgegengesetzten Umlaufsinn um die Sonne herum.

## 5 Beobachtbare Io-Verfinsterungen 1997

Datum	Mez	Art	jul. Datum -2450000	dt[Tage]	Anzahl der Umläufe	$T_i$ [Tage]
25. 3.	5.19	VA	532.679861	38.934722		
3. 5.	3.45	VA	571.614583	38.934028		
11. 6.	2.10	VA	610.548611	15.927778		
27. 6.	0.26	VA	626.476389	7.079167		
4. 7.	2.20	VA	633.555556	8.848611		
12. 7.	22.42	VA	642.404167	7.079166		
20. 7.	0.36	VA	649.483333	7.079167		
27. 7.	2.30	VA	656.562500	1.770139		
28. 7.	20.59	VA	658.332639			
9. 8.	15.00	Opposition	670.083333			
20. 8.	23.28	VE	681.436111			
28. 8.	1.22	VE	688.515278	7.079167		
29. 8.	19.51	VE	690.285417	1.770139		
5. 9.	21.45	VE	697.364583	7.079167		
12. 9.	23.40	VE	704.444444	7.079861		
21. 9.	20.04	VE	713.294444	8.850000		
28. 9.	21.59	VE	720.374306	7.079861		
7.10.	18.23	VE	729.224306	8.850000		
14.10.	20.18	VE	736.304167	7.079861		
21.10.	22.13	VE	743.384028	7.079861		
30.10.	18.38	VE	752.234722	8.850694		
6.11.	20.33	VE	759.314583	7.079861		
15.11.	16.57	VE	768.164583	8.850000		
22.11.	18.53	VE	775.245139	7.080556		
8.12.	17.12	VE	791.175000	15.929861		
15.12.	19.08	VE	798.255556	7.080556		