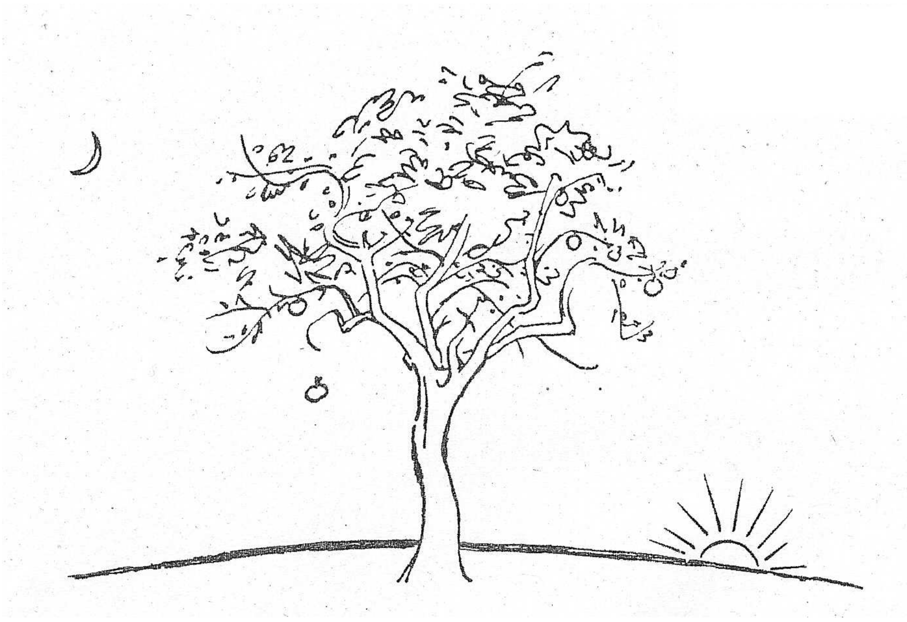

# Der Mond und seine Bewegung

Martin Wagenschein

aus: M. Wagenschein: *Natur physikalisch gesehen*,
Diesterweg: Frankfurt, S. 42-57
(nach LaTeX übertragen von Udo Backhaus)

1. „Unwissenheit ist besser als Erkenntnis, die nur Vorurteil und Brille ist; und langsam selber auf eigene Erfahrung kommen, ist besser als schnell Wahrheiten, die andere Leute einsehen, durchs Auswendiglernen ins Gedächtnis bringen und, mit Worten gesättigt, den freien, aufmerksamen und forschenden Beobachtungsgeist seines eigenen Kopfes verlieren.“ (PESTALOZZI).

„Ich wäre zufrieden, wenn jeder Jüngling einige wenige mathematische oder naturwissenschaftliche Entdeckungen sozusagen miterlebt und in ihre weiteren Konsequenzen verfolgt hätte.“ (MACH[1])

„Wir können uns heute kaum mehr vorstellen, welch ein außerordentliches Erlebnis es für die Forscher der damaligen Zeit gewesen sein muß, zu erkennen, daß die Bewegungen der Sterne und die Bewegungen der Körper auf der Erde auf ein und dasselbe einfache System von Gesetzen zurückgeführt werden können; wer nicht selbst ein wenig von der Bedeutung dieses Wunders verspürt hat, kann nie hoffen, etwas vom Geist der modernen Naturwissenschaft zu verstehen.“ (HEISENBERG[2])

2. Wer die Volksschule durchlaufen oder wer die Höhere Schule in einer mittleren Klasse verlassen hatte, konnte mit diesem Geist der Naturwissenschaft wohl nur ausnahmsweise in Berührung kommen, jedenfalls nicht an dieser so entscheidenden Stelle, von welcher HEISENBERG hier spricht: NEWTONs Aufklärung der Ursachen der Mondbewegung.

[1]Ernst MACH: Populärwissenschaftliche Vorlesungen; 5. Aufl.; Leipzig (Johann Ambrosius Barth); 1923; S. 344.

[2]Werner HEISENBERG: Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaften; Leipzig (S. Hirzel); 1935; S. 38.

Man gab ihr auf der Oberstufe der höheren Schule ihren Platz, eingebettet in die systematische Folge der Newton'schen Mechanik. Das ist gewiß in Ordnung für diejenigen, welche die durch die Reifeprüfung bezeichnete Stufe erreichen wollen. Man behandelt also, in Obersekunda etwa, die Mechanik, schafft zunächst ein Fundament (Trägheitsgesetz, Grundgleichung der Mechanik), geht zur Kreisbewegung über, leitet die Formel für die Zentralbeschleunigung ab, berechnet die des Mondes und vergleicht sie mit dem auf der Erdoberfläche gültigen Wert der Schwerebeschleunigung.

So wenig hiergegen vom wissenschaftlichen Standpunkt aus etwas einzuwenden ist, in anderer Hinsicht fehlte meist etwas Wichtiges, ja das Wichtigste:

Ich hatte oft Gelegenheit, unter Schülern, die so ausgebildet waren, ein Gespräch sich entwickeln zu lassen, das gut erkennen ließ, was nun von dem Problem und seiner Lösung wirklich aufgenommen war. In der Vorstellungs- und Denkwelt solcher Schüler findet sich gewiß eine Figur, ein Kreis mit der Erde als Mittelpunkt und dem Mond auf der Peripherie, Formeln sind bekannt und „fallen ein", Schlüsse werden gezogen, – was alles durchaus in Richtung des Arbeitsunterrichtes geschehen sein kann – und das Ergebnis nicht nur, auch der Weg zu ihm, ist ohne Zweifel „verstanden". Und doch hatten solche Kenntnisse fast immer etwas Atrappenhaftes. Denn nur wenn die Fragen des Lehrers die äußere Kontur und Politur des Gebäudes abtasten (das bei dem üblichen Zeitmangel nicht eigentlich „gewachsen", sondern „montiert" genannt werden muß), kommen die Antworten der Schüler glatt und richtig. – Ihre Augen glänzen vielleicht, bei den meisten aber nur, weil „es klappt". Aber sind auch die tieferen Bereiche beteiligt? Es fehlen in ihren Augen der wache Ernst, das Zeichen schöpferischer Besitzergreifung und Ergriffenheit.

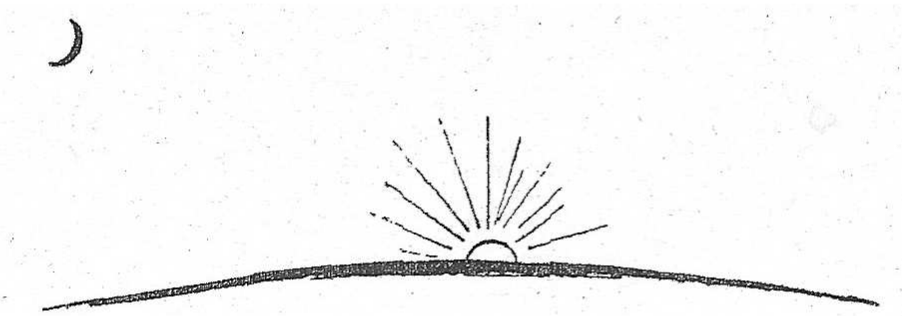

Bild 23

Wie sehr für sie dieser Mond ein kleiner, mit $M$ bezeichneter Kreis aus Zeichnung oder Buch geblieben ist, wie wenig dieser Ersatz-Gegenstand aus Papier und Druckerschwärze Fühlung hat mit dem wirklichen Mond, der durch die Nächte und Gedichte der jungen Menschen geht, das zeigt sich, wenn man sie vor den Abendhimmel stellt und darauf achtet, wie sie den Anblick sehen: genau so wie ihn auch die meisten Erwachsenen noch immer aufnehmen, obwohl sie in der Schule gelernt haben, was Mond und Sonne sind. Das Sichelmöndchen, wie aus Silberpapier ausgeschnitten, rückt über die Himmelshaube, und die Sonne, Goldpapier, ihr voran, gleich weit beide von uns entfernt: Nur so sehen es fast alle und *immer* so. Sie haben es nicht erfahren, daß dies etwas zu tun hat mit dem, was sie in der Schule so gut gelernt haben, und daß es als längst bewältigte Voraussetzung ihm vorausgehen und dann darin stecken müßte..

Nicht anders geht es den Erwachsenen, die unsere Schulen in den vergangenen Jahrzehnten besucht haben; auch diese „Gebildeten" (wie wir sagten), sie hatten gelernt, der

Mond sei eine nahe, an sich dunkle Kugel, die Sonne eine sehr ferne, der Mond laufe um, dies bewirke die Gravitation ($f \cdot m_1 \cdot m_2/r^2$): dies alles zu wissen und immer noch die Sichel *neben* der Sonnenscheibe zu sehen; *nicht* zu sehen: die silbern umrandete dunkle Kugel im *fernher* strahlenden Licht der *tief* hinter ihr im Raum horstenden Sonne; niemals erfahren zu haben, daß man hier ja *sieht,* daß die Sonne soviel weiter von uns liegt als der Mond, ja, daß man die Tiefe ihres Abstandes *schätzen* kann am bloßen Anblick; dafür aber soviel Tiefergehendes wie Newtons Mondrechnung mit allen Formeln sehr wohl verstanden zu haben: ist das nicht Barbarei des Wissens, Zerspaltung der Person in eine wissende, aber tote Hälfte und eine geheime, gläubige, kindliche, lebendigere Hälfte, von der anderen gewaltsam geschieden?

3. Im folgenden sollen die Vorstufen deutlich gemacht werden, auf denen die innere Fühlungnahme mit dem Gegenstand des Nachdenkens und Rechnens, hier dem Mond, sich entfalten, auf denen die Pflanze erst wachsen muß, ehe sie blühen kann. Wir wollen keine Papierblumen. Zugleich soll es ein Vorschlag sein, wie auch ohne die Einordnung in den systematischen Aufbau der Mechanik ein Einstieg in die mathematisch-naturwissenschaftliche Denkweise vollzogen werden könnte; in der Abschlußklasse der Volksschule, in Arbeitsgemeinschaften, in der Erwachsenenbildung, in einer „aufgelockerten“ Höheren Schule.

3. Hören wir über die Frage, was der Mond sei, die Stimmen einiger früher griechischer Denker[3]:

**XENOPHANES** „Selene sei ... verdichtete Wolke“.

**HERAKLIT** „Sonne und Mond seien nachenförmig. - -

... der monatliche Gestaltwechsel des Mondes (entstehe), wenn der Nachen sich nur ein wenig drehe.“

**PARMENIDES** „... das umwandernde Wirken des rundäugigen Mondes sollst du erfahren, sowie sein Wesen ...“

(Der Mond:) ein nachtleuchtendes, um die Erde irrendes Licht ... immer. spähend nach den Strahlen der Sonne.“

**ANAXAGORAS** „Die Sonne bringt auf dem Monde den Glanz hervor.“

**PLATON** (über Anaxagoras): „Er erklärte ... den Mond für Erde.“

Diese Zeugnisse nennen uns wahrscheinlich die Stufen, auf denen das menschliche Denken emporstieg zu der Erkenntnis, der Mond sei eine von der Sonne beleuchtete dunkle Steinkugel. Ihr tastendes Vorstoßen läßt aber auch bemerken, wie schwer diese Einsicht zu gewinnen ist; daß es gar nicht so „ohne weiteres zu sehen“ ist. (Eine Viereinhalbjährige sagte einmal angesichts der Mondsichel: „Der Mond hat sich mit dem Himmel zugedeckt.“)

[3]Vorsokratische Denker; Auswahl von Walther Kranz; Weidmannsehe Veragsbuchhandlung, Berlin, 1939. Seiten: 45, 61, 75, 76, 133. – Antike Astronomie, herausgegeben von Heinrich Balss; Ernst Heimeran, München, 1949, S. 29 – (Sperrungen hinzugefügt) – Xenophanes starb etwa 480, Anaxagoras 428 vor Christus.

Hat man aber einmal das „Spähen nach den Strahlen der Sonne“ gefunden (exakt gesprochen: daß das auf der Verbindungssehne der beiden Spitzen der Mondsichel errichtete Mittellot immer auf die Sonne zielt) und hat man einmal die ungeheure Möglichkeit zu denken gewagt, daß der Mond ein „Ding“ sei, eine Kugel gemacht aus „Erde“, so kann angesichts des Abendhimmels von Bild 23 das Entscheidende geschehen: die Himmelsglocke bricht zusammen, der Mond schwebt „vorn“ und die Sonne sinkt in einen tiefen Abgrund in den Raum zurück, wobei sie sich zu furchtbarer Größe aufbläht. Dies kann das Erlebnis eines Augenblicks sein. Es kann niemals „gelernt“ werden. Jeder muß es einmal vor dem Himmel als eine Erschütterung erfahren, wenn er wirklich aufnehmen.will, was er „weiß“ .

4. Zergliedert, läßt dieser Prozeß folgende Stufen erkennen: Aus dem letzten Bild (23) folgt:

1. Der Mond ist eine dunkle, von der Sonne beleuchtete Kugel.
2. Er steht uns viel näher als die Sonne (Für das Bild: die Sonne steht rechts, unten, hinten).
3. Die Sonne ist viel größer als der Mond, denn sie sieht ebenso groß aus.

5. Fühlt man sich in die Räumlichkeit des Anblicks von Bild 23 ein, so bekommt man eine Vorstelhing davon, *wie* weit die Sonne im Verhältnis zum Mond entfernt stehen muß: *je* weiter, *desto* schmaler die Sichel. So weit also, daß die beleuchtete Hälfte der Mondkugel (die von uns fast ganz abgewendet und vom Monde selbst verdeckt ist, die in unserer Vorstellung aber in ihrer vollen Ausdehnung leben muß), daß diese helle Hälfte gerade so weit um die Ecke lugt und glänzt, wie sie es eben tut. Man müßte den Winkelabstand Sonne-Mond an der Himmelskugel messen; ebenso die Breite der Sichel und könnte dann gewiß mit etwas Mathematik (das spürt selbst der Laie) herausfinden, *wieviel* mal tiefer als der Mond die Sonne in den Raum versenkt ist. Man *sieht* schon: viel viel tiefer!

6. Aber es gibt eine Stellung Sonne-Mond, bei welcher diese Rechnung ganz besonders leicht fällt, und es war ARISTARCH um 264 vor Chr., der das bemerkt hat: das sogenannte erste Viertel. Einstweilen, in Bild 23, sind wir noch nicht so weit. Aber verfolgen wir langsam weiter, Tag für Tag und immer bei Sonnenuntergang. Warum wird die Sichel breiter? Weil der Mond im Kreise geht. Seine helle Hälfte kommt immer mehr heraus. Nach 2 Wochen ist er halb herumgelaufen, er steht nun der Sonne gegenüber, wir sind nun zwischen beiden. Die Sonne scheint ihm „mitten ins Gesicht“. Auch das ist im Freien leicht einzusehen. Aber die Zwischengestalten des Mondes, um das erste Viertel herum, machen dort der räumlichen Vorstellung größere Schwierigkeiten, weil man die Himmelskuppel nicht vergessen, nicht endgültig opfern will. Immer wieder sieht man die geschlossene Himmelsglocke immer wieder vergißt man, was man doch bei dem Anblick des Bildes 23 auch im Freien schon eingesehen hatte: die Sonne strahlt aus großer Tiefe! So betrachte man auch das erste Viertel: Man sieht nun die helle Halbkugel zur Hälfte; sie „späht nach den Strahlen der Sonne“, sie zeigt uns deutlich in den Raum hinein (aber nicht an der Kuppel entlang!) die Richtung, in welcher wir die Sonne tief im Raum zu suchen haben. Immer wieder erleiden wir Rückfälle und sehen sie als goldne Scheibe an der Kuppel gehen, bei ihrem Untergang gleich hinter dem Horizont. Es kann keinem abgenommen

werden, diese Schätzung selber vor dem Himmel zu versuchen und sich in den Raum hineinzufühlen: so fern ist die Sonne!

7. Es genügt durchaus nicht, dies auf dem Papier zu verstehen, Man versteht es dann nur zum Schein, nur am Modell, nicht an der Wirklichkeit. Aber es ist nützlich, es sich aufzuzeichnen:

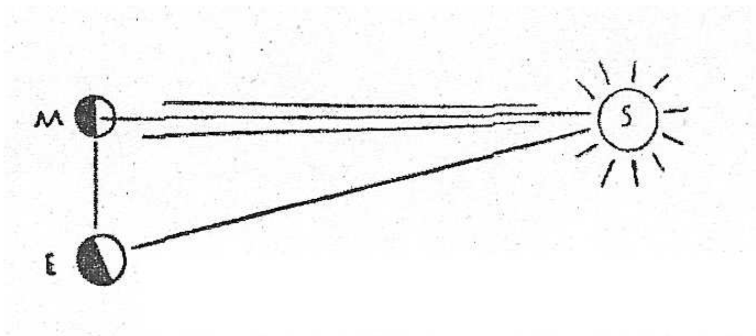


Bild 24

oder, den wirklichen Abstandsverhältnissen . etwas besser entsprechend:

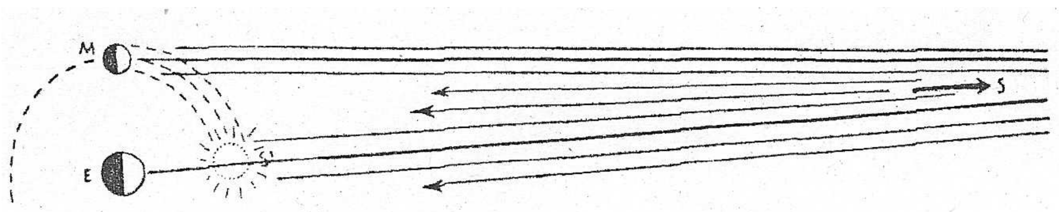


Bild 25

Die punktierte Linie bedeutet die Himmelskugel, die wir uns einbilden. Bei $S'$, meinen wir, stehe die Sonne. Und das Lichtbündel $SM$, das den Mond M anleuchtet, das verlegen wir fälschlich auf die Himmelskugel als einen gekrümmten Weg $S'M$. Wir sehen es so, als schickte die Sonne ihr Licht längs der Kugel zum Mond.

8. Nun erst dürfen wir an der Zeichnung weiter denken (und müssen jeden Schritt in die Wirklichkeit übertragen), und das ist der Gedanke ARISTARCHs: Wir messen am Himmel den Winkel zwischen Sonne und Mond beim ersten Viertel, den Winkel $SEM$ also im Bild. Der Schüler sollte ihn im Freien schätzen und mit einfachem Gerät messen, um zu bewerten, was es heißt, daß Aristarch ihn zu „1/30 des Viertelkreises weniger als ein Viertelkreis“[4] fand (das sind also 29/30 mal $90° = 87°$), während wir heute imstande sind, für $89°51'$ einzustehen. Es bedarf keiner Trigonometrie (die ja nur eine tabellierte Ähnlichkeitslehre ist), um nun weiter zukommen. Wir zeichnen uns das rechtwinklige Dreieck $SEM$ auf ein langes Papier mit dem Winkel von $89°51'$, so gut es geht, und finden der Größenordnung nach begreiflich, was die Bücher sagen: 400 mal ist die Sonne weiter entfernt als der Mond!

9. Wie weit aber ist der Mond entfernt? Schätzen wir einmal! Wo sind da .„Anhaltspunkte“? Ist er vielleicht nur eine Art Bogenlampe in 100 m Höhe? Nein, das müßten wir merken, wenn wir uns schnell auf der Erde fortbewegten. Er würde, führe man fort

[4]Nach TROPFKE: Geschichte der Elementar-Mathematik, Leipzig; 1902, Bd. I, S.23

von ihm, schnell zum Horizont absinken, genau wie der Kirchturm kleiner wird, den man hinter sich läßt, so daß der Hahn auf seiner Spitze immer niedriger erscheint. Tun wir es, so merken wir schon: Der Mond ist sehr hoch, er „geht mit“. Aber vielleicht müßte man sehr weit verreisen?

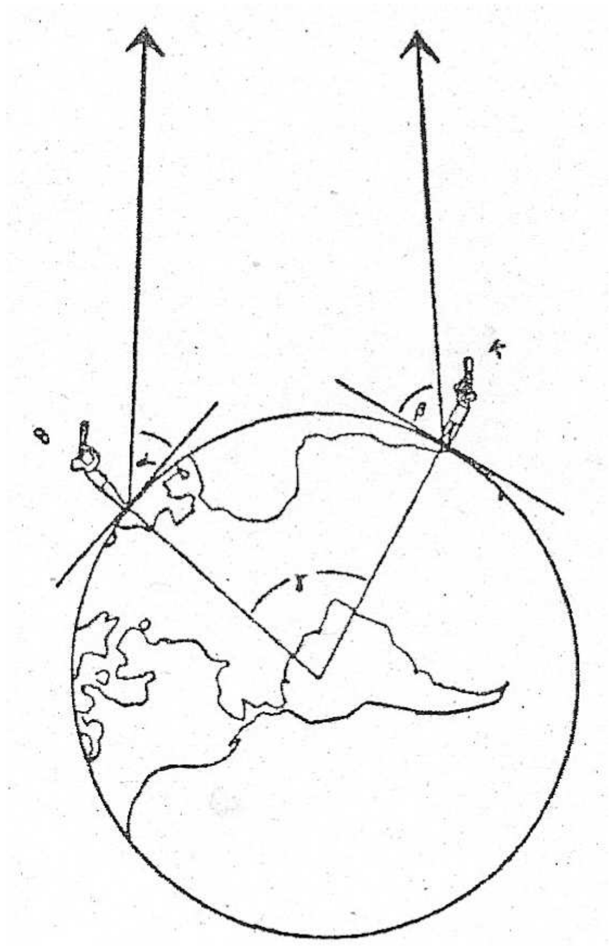

Bild 26

Tun wir es gleich gründlich, von Berlin bis Kapstadt. Damit uns in der Reisezeit der Mond nicht davonläuft, stellen wir lieber zwei Beobachter an, einen in Berlin, einen in Kapstadt, mit gleichgehenden Uhren, die nun den Mond beobachten im gleichen Augenblick. Sie messen, jeder, wie hoch er ihn über seinem Horizont sieht. Nun sind diese Horizonte aber nicht gleichgerichtet, die Erde ist gekrümmt. Jeder von den beiden Männern glaubt, „oben“ zu stehen, und jeder sieht die Erde als eine ebene Scheibe. Nun sehen beide Beobachter nach dem Mond. Sie wählen den Augenblick, wo er, von Berlin aus gesehen, gerade im Süden steht. Dann sieht ihn Kapstadt. das fast genau südlich von Berlin liegt und deshalb gewählt wurde, im Norden. (Zwischen Berlin .und Kapstadt gibt es einen Ort, dort steht er gerade senkrecht über dem Kopf des Beobachters.) Nun mißt Berlin, wie hoch es den Mond über seinem südlichen, und Kapstadt, wie hoch es denselben Mond über seinem nördlichen Horizont sieht, $B$ mißt also $\alpha$ und $K$ mißt $\beta$.

Natürlich muß man wissen, wie weit $K$ von $B$ entfernt ist, um wieviel also sich der Horizont verdreht hat. Das wissen wir, der Atlas sagt es uns, der Winkel $\gamma$ beträgt $86\frac{1}{2}^\circ$.

Legen wir eine historische Messung zugrunde[5] die vom 23. Februar 1752: Lalande in Berlin maß $\alpha = 57°55'$ und Lacaille am Kap $\beta = 34°17'$ (Natürlich maßen sie die zugehörigen „Zenit-Distanzen“.), so können wir uns wieder auf einem langen Streifen Papier das vorige Bild mit einem beliebigen Kreis als Erdkugel und mit den Winkeln aufzeichnen und den Ort, wohin die Sehstrahlen zielen, richtig „anpeilen“. Es ist sehr nützlich, wenn das der Lernende selber macht, nachdem er vorher etwa die Höhe des Kirchturmhahnes mit demselben Verfahren gefunden hat. Versteht er auch Trigonometrie, so mag er zum Vergleich auch rechnen. An Verständnis wird dadurch nichts gewonnen. Dagegen ist es leider möglich, die Aufgabe nach der Zeichnung zu „verstehen“ und zu rechnen, *ohne* sich die reale Situation der beiden Beobachter unter dem wirklichen Himmel lebendig zu vergegenwärtigen. Sie wurde deshalb hier so breit dargestellt.

Das Ergebnis dieser Zeichnung: Man müßte dreißig Erdkugeln aufeinander setzen, wollte man einen Turm zum Monde bauen!

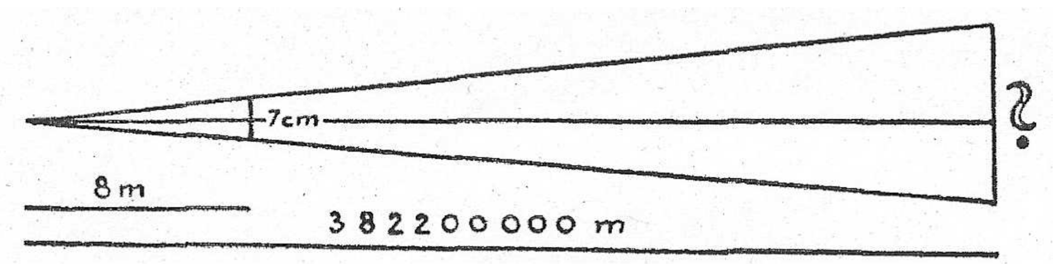


Bild 27

10. Damit ist eine Position gewonnen, von der aus sofort und leicht zwei neue Eroberungen zu machen sind: Wenn der Mond 30 Erdkugeln weit entfernt ist, so haben wir ein Gefühl, wie *groß* er in Wirklichkeit sein muß; um so groß zu erscheinen, wie wir ihn sehen. Läßt sich daraus eine Rechnung machen? Es genügt der sogenannte Strahlensatz und ein Teller , so weit vor das Auge gehalten, daß er den Mond gerade verdeckt. (Ist der Strahlensatz noch nicht bekannt, so schadet das nichts: im Gegenteil, wir haben hier eine lebendige Gelegenheit ihn, wie alle Mathematik, aus der Praxis herauszuziehen.) Eine runde Schachtel von $7cm$ Durchmesser leistet es in $8m$ Abstand. So viel mal also der Mond (in seinem Abstand von 30 Erdkugeln oder $30 \cdot 2 \cdot 6370km = 382200000m$) weiter von uns entfernt ist als die Schachtel (in ihren 8 m), also 382200000 : 8 = 47800000 mal, ebensovielmal ist er größer als sie (mit ihren 7 cm). Sein Durchmesser ist also $7 \cdot 47800000cm = 3346km$. Um die Ungenauigkeit eines solchen Ergebnisses zum Bewußtsein zu bringen, ist es sehr zu raten, die Messung von mehreren Beobachtern und auch mit verschiedenen Kreisscheiben machen zu lassen und dann die Ergebnisse untereinander zu vergleichen. Für das Gedächtnis genügt es, daß der Mond (linear) etwa 4 mal so klein wie die Erde ist. Abstürzend würde er gerade Europa zermalmen können .

11. Der Sprung von der Schachtel zum Gestirn läßt sich auch für die Sonne tun. Schöner ist es und näherliegend, den seltsamen kosmischen Zufall auszunutzen, der uns Sonne und Mond gleich groß erscheinen läßt. Da die Sonne, nach ARISTARCHs Idee gemessen, 400 mal weiter entfernt ist als der Mond, so muß sie auch 400 mal größer sein als er, also rund hundertmal größer als die Erde, linear gemessen. – Dies nebenbei, denn unser Gegenstand ist der Mond.

[5] H. C. E. MARTUS: Astronomische Erdkunde, 3. Aufl., Leipzig und Dresden 1904; S.

12. Er ist nun in die Ordnung des Raumes aufgenommen. Aber noch ist der Raum, den er selbst umschließt, in unserer Vorstellung nicht mit Materie erfüllt, um ihn zum Ding zu machen, zum „Körper“, zu „Erde“. Es ist deshalb gut, jetzt einen Blick durchs Fernrohr tun zu lassen. Die Kugelform erschließt sich dann in vollkommener Weise, und das Auge erschrickt über das schwerelose Schweben eines Balles, dessen Gebirge das Material spüren lassen, das ihn ohne Zweifel bis ins Innerste ausfüllt: eine Felskugel.

13. Man weiß nicht, ob das Staunen über ihr Schweben gemindert wird, oder ob es noch wächst, wenn die Entdeckung hinzukommt, daß dieser Ball im Fluge ist, daß er sich bewegt. Auch dieses Wissen findet man fast immer nur als Buchgelehrsamkeit vor. Einige haben sich zwar mit eigenen Augen von dem täglichen Fortrücken des Mondes durch die Sternbilder überzeugt. Aber offenbar wirkt es auf viele nicht glaubhaft, daß dieses Wandern ein wahrhaftiges sein soll, wo doch das Drehen der ganzen Kuppel als Schein gelehrt und gelernt wird, und ebenso der noch viel weniger erlebte Jahreskreis der Sonne. Ehe dies beides also nicht von Kopf und Herz geschaut, verstanden und geglaubt ist – und dazu hat die Schule bisher fast nie die Zeit und den Sinn gehabt – kann auch der Monatskreis des Mondes für den Schüler mit Recht nur als nicht ganz glaubwürdiges Gerücht gelten. Es muß also zuerst einiges vorausgegangen sein: sorgfältige Beweisführung für die Kugelgestalt und die Achsendrehung der Erde. Bedenkt man, daß ein Mann von dem wissenschaftlichen Format TYCHO BRAHEs 1589 und später der Jesuitenpater RICCIOLI mit 77 Einwänden gegen die Achsendrehung der Erde auftraten, die „fast alle darauf hinausliefen, daß fallende, schwebende und geworfene Körper bei bewegter Erde nach Westen zurückbleiben müßten?“[6] Dieser Einwand kommt von Kindern oft. (Wieviele Abiturienten sind ihm ernsthaft gewachsen?) Wenn vor 350 Jahren noch soviel dazu gehörte, sich überzeugen zu lassen, so werden wir es uns heute in der Schule nicht leicht machen dürfen. Als sei es nicht mehr nötig, unsere Kinder davon wirklich zu *überzeugen*! Gewiß bleibt es eine gesicherte Wahrheit, ob unsere Kinder es glauben und von neuem einsehen oder nicht.

Aber die Frage ist eine ganz andere: ob wir ein Volk von Urteilsfähigen erziehen wollen. – Nehmen wir also an (es soll in unsere Betrachtung nicht aufgenommen werden), die Achsendrehung der Erde und auch ihr Rundlauf um die Sonne seien in ehrlicher, viele Stunden währender, Arbeit Überzeugung geworden, so wird auch der monatliche Umlauf des Mondes als echt anerkannt werden. Denn da die Erde um die Sonne läuft, so kann sie nicht zugleich den Mond umkreisen; es muß wirklich so sein, wie es aussieht: er umfährt die Erde in einem Monat.

14. Von neuem sind wir jetzt in Gefahr, zurückzufallen in die kindliche Anschauung und den Mond wie den Zeiger einer Monatsuhr wieder auf der Kuppel gleiten zu sehen. Nachdem wir aber seine räumlich-materielle Existenz haben zugestehen müssen, wird sein stilles Wandern durch die Marksteine der Sternbilder zu einem rasenden Dahinstürmen von schwer vorstellbarer Wucht. Wir haben alles in der Hand, um die Schnelligkeit dieses Rennens auszurechnen: Im Abstand von 30 Erdkugeln, also $30 \cdot 2 \cdot 6370 km$ ist die Kreisbahn $2\pi \cdot 60 \cdot 6370 km$ lang. Er braucht dazu rund 30 Tage. Damit kommen auf den Tag $4\pi \cdot$

[6] Vgl.: W. BRUNNER: Dreht sich die Erde?; Bd. 17 der „Mathematischen Bibliothek“; Verlag Teubner; Leipzig und Berlin, 1915; S.10. – Ferner:W. Trittelvitz: Fallversuche zum Nachweis der Erddrehung, Praxis d. Naturwiss. 11/1965, S.298.

$6370 km$, auf die Sekunde also $(4\pi \cdot 6370) : (24 \cdot 60 \cdot 60)$ oder abgerundet $(4 \cdot 3 \cdot 6000) : (24 \cdot 3000) km$; das ist ungefähr gerade $1 km$ in der Sekunde!

15. Was führt ihn auf dieser Bahn? Man braucht keine tiefgehende Kenntnis des Trägheitsgesetzes zu besitzen und man braucht die Zentrifugalformel nicht zu kennen: jedes Kind spürt, daß diese Felskugel, soweit es *an ihr* liegt, nur *geradeaus* stürmen will. Jeder Knabe fühlte sein Staunen beruhigt, wenn er ein gespanntes Seil zum Monde führen sähe, das ihn hielte. Er spürt, daß dieses Seil einem riesigen Zug standhalten müßte, um die ungeheure Schleuder in die Kurve zu lenken; wenn es auch mindernd ins Gewicht fällt, daß dieser Kreis bei seinem riesigen Radius ja nur sehr schwach gekrümmt sein kann, sich also nur sehr allmählich von der tangentialen Trägheitsbahn entfernt.

16. Schon längst haben wir mit solchen Gedanken den Denkkreis des Mittelalters, auch den des KOPERNICUS überschritten. Die Gestirne gehörten für den mittelalterlichen Menschen nicht der irdischen Sphäre an, und ein undenkbarer Eingriff wäre es gewesen, etwa ein solches Seil zu ihnen hin sich vorzustellen. Denn außerirdische, unserer Menschenwelt ferne Mächte, glaubte man, bestimmten ihre Bahnen, Das neue Denken, das die Gestirne in die irdischen Gesetze einbezog, von KEPLER und GALILEI vorbereitet, wurde von NEWTON zu seinem großen Sieg geführt. Er erkannte als das geheimnisvolle unkörperliche Band, das zur Lenkung des Mondes nötig schien, ein Altbekanntes: die Schwerkraft. Er hatte den Mut, sie bis in Mondesferne reichen zu lassen.

Sein Gedankengang läßt sich, in vereinfachter Weise, dem Lernenden in zwei Sufen verständlich machen:

17. Das folgende Bild ist eine nur durch einige Buchstaben ergänzte Wiedergabe einer Zeichnung NEWTONs aus seinen „Mathematischen Prinzipien der Naturlehre“[7].

Vom Gipfel V eines hohen, weit über die Lufthülle ragenden Berges denkt er sich Steine geworfen, immer stärker. D, E, F, G bezeichnen ihre Aufschlagsorte. Immer weiter kommen sie, immer mehr aber auch krümmt sich die Erde hinweg unter ihrer Wurfbahn. Bis einmal, bei einer ganz bestimmten Anfangsgeschwindigkeit, der besondere „Fall“ (und Wurf) erreicht ist, dass der Stein die Erde nicht mehr erreichen kann, obwohl er es ja ständig versucht. Die Bahnkrümmung ist gleich der Erdkrümmung geworden. Der Stein fällt um die Erde herum, und zwar in Ewigkeit. Denn ist er einmal um die Kreisbahn halb oder ein Viertel herumgekommen, ohne sich der Erde zu nähern, so ist er so weit wie am Anfang, sein Flug beginnt immer von neuern, überall könnhe man ihm Berge unterstellen, wie der erste einer war. Auf diese Weise zeigt NEWTON, wie aus dem uns allen vertrauten Werfen, das unbegreiflich scheinende Kreisen werden kann. Vorsichtig, und wie auf Stufen – werfen, stärker werfen – aus dem Alltäglichen ins Befremdende, aus dem Irdischen ins Kosmische, aus dem Erlebnis heraus zur Bildung einer Idee. So gewinnt ein jeder das Zutrauen: Der Stein muß kreisen können.

[7]Sir Isaac NEWTONs Mathematische Prinzipien der Naturlehre; herausgegeben von Ph. Wolters, Berlin, 1872; S. 515. – Neudruck: Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt. 1965. (Das Originalwerk erschien 1686: „Philosophiae naturalis pricipia mathematica“.) – Hinzugefügt sind $H$, $I$, $K$, $L$, $M$ und die punktierten Strecken $VH$ und $HM$.

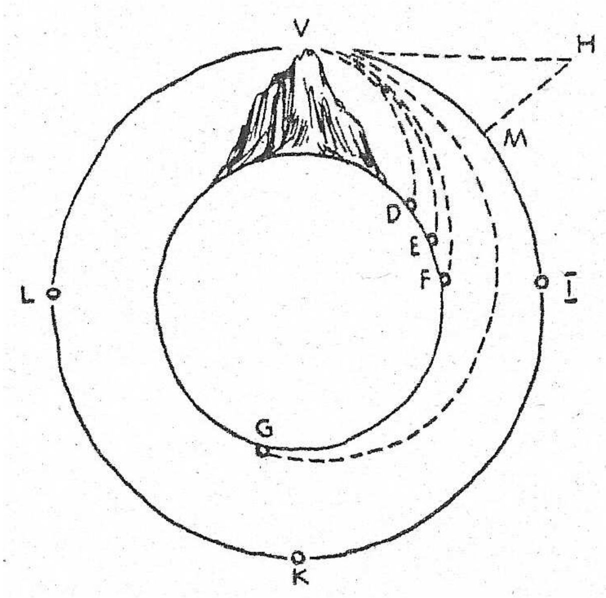

Bild 28

So wird es glaubhaft, daß auch der Mond, da er kreist, ein von Urkräften und zu Urzeiten geworfener und um die Erde herum fallender schwerer Körper sei.

Dabei ist es unbedingt notwendig, daß der Begreifende sich darüber klar wird: fällt der Mond, oder fällt er gerade nicht? Er fällt insofern nicht, als er nicht näherkommt. Aber wir greifen tiefer, wenn wir sagen, er falle doch. Denn ohne die Schwerkraft drängte er ja geradeaus. Es läßt sich genau sagen, für jede Zeitspanne, wie weit er gefallen ist: von der Tangente auf den Kreis; in der Zeit, zum Beispiel, in welcher er von $V$ nach $M$ geführt wird, ist er von $H$ nach $M$ gefallen (ohne allerdings je in $H$ gewesen zu sein; trotzdem ist er um $HM$ gefallen, denn ohne die Schwerkraft wäre er in $H$ statt in $M$.). Ein ständiger Kampf zwischen der ihm eigenen, geradeaus drängenden Trägheit und der in ihn eingreifenden Zugkraft der Erde ermöglicht ihm seine Bahn. Man könnte auch sagen: ein ewiges Einvernehmen, eine ungestörte Harmonie (quantitativ festgelegt in der Proportionalität von schwerer und träger Masse); dieselbe Harmonie, die aus der Gestalt des Brunnenstrahles[8] zu uns spricht. Ein Gesetz umschließt den Brunnen und den Mond.

18. Eins müssen wir dabei voraussetzen: Stein wie Mond müssen außerhalb der bremsenden Luftschicht fliegen. Das ist in einer Entfernung von 30 Erdkugeln gewiß der Fall. Und wäre es nicht, so müßte der Mond im Lauf der Jahrtausende gebremst werden und abstürzend und größer werdend näherkommen. Da er das nicht tut, stützen sich unsere Gedanken gegenseitig.

Aber reicht die Schwerkraft so weit?

Dieser besondere Zweifel läßt sich heben zusammen mit einem allgemeineren: durch die NEWTONsche Vorstellung ist zwar möglich gemacht, daß es so sein könne. Aber ist es wirklich so? Es kann die Schwerkraft sein; ist sie es?

Fast stehen wir damit vor einer krimmalistischen Situation, für Knaben ein aufmunternder Vergleich! Sie könnte es gewesen sein. Aber war sie es wirklich? Es fehlen die Fingerabdrücke.

[8]Anmerkung: „Das Fallgesetz im Brunnenstrahl“ befindet sich in demselben Band unmittelbar vor diesem Aufsatz, S. 31-41 (U. B.)

Könnte es nicht irgend eine andere, unbekannte Kraft sein, eine „magnetische“ vielleicht, oder doch ein irgendwo verborgenes Seil?

Gibt es ein untrügliches Kennzeichen, durch welches sich die Schwerkraft legitimiert?

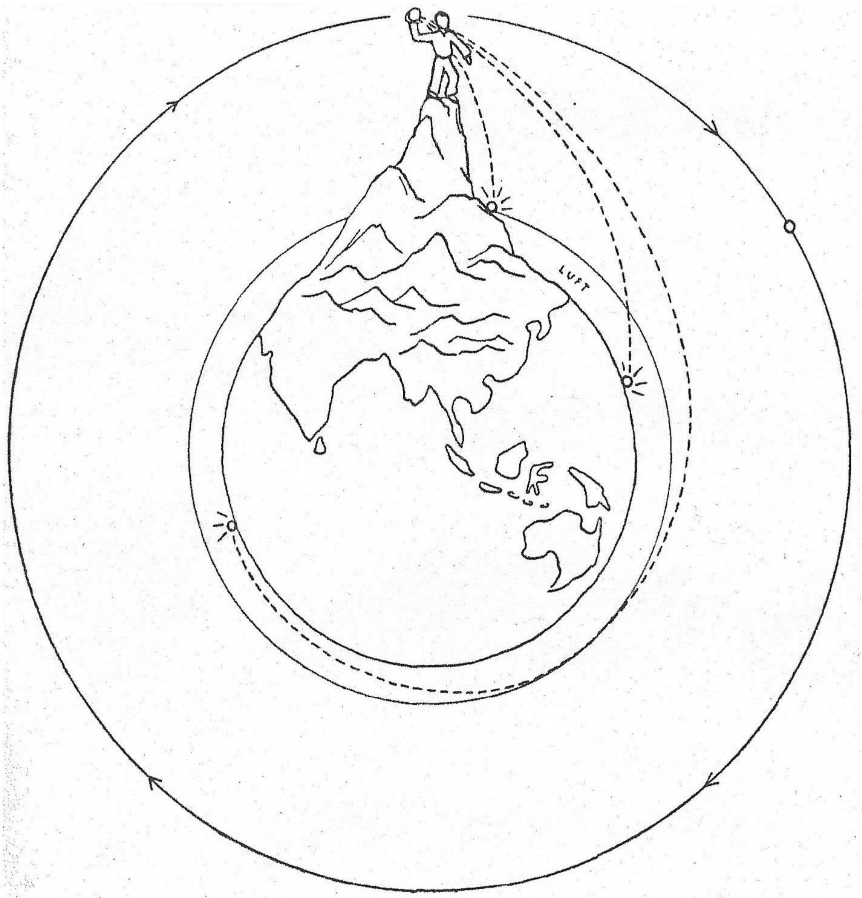


Bild 29[9]

Hier überschreiten wir eine Grenze. Wir müssen messen. Wir betreten den Bereich der „exakten“ Wissenschaft, Nur die Zahl gibt der Physik die letzte Gewißheit.

Welche Zahl kennzeichnet die Schwerkraft? Die Dinge sind verschieden schwer, aber in Einem stimmen sie überein: sie fallen, wenn man sie wirklich nur der Schwerkraft überläßt, alle gleich schnell. Welche Fallstrecke wir nun wählen, um diesen Tatbestand zu kennzeichnen und festzuhalten (etwa dem Bewohner eines anderen Gestirnes gegenüber), das ist uns freigestellt: ob nach einer Sekunde gemessen oder nach etwa zwei.

Wir wählen als Erkennungszeichen der Schwere, daß die Falltiefe für die erste Sekunde fünf Meter ist, und zwar für *alle* Dinge, sozusagen ohne Ansehen der Person.

Damit stehen wir vor dem Gedanken: Könnten wir dem Mond nachweisen, daß er in einer Sekunde (bei ihm ist jede die erste!) gerade 5 Meter fällt (genauer: $4,905m$), so wäre die Täterschaft der Schwerkraft erwiesen.

19. Wir haben es ausgesprochen, in welchem Sinne und um welche Strecke der Mond in einer gewissen Zeitspanne (die wir uns wählen können) fällt (Abschnitt 17). Wollen wir nun wissen, um wieviel er in einer Sekunde sinkt, so brauchen wir nur zu bestimmen,

[9]Nach der Zeichnung eines Sechszehnjährigen

um welches Stück er sich in einer Sekunde von der Tangente entfernt. Es kommt uns dabei zustatten, daß wir den Weg schon berechnet haben (Abschnitt 14), den er in einer Sekunde durchläuft: $1km$.

Wir haben also folgendes Bild (Bild 30a, in dem der Winkel bei $E$, der Deutlichkeit zuliebe, für eine Sekunde viel zu groß gezeichnet ist; was aber an der Richtigkeit der folgenden Überlegung nichts ändert):

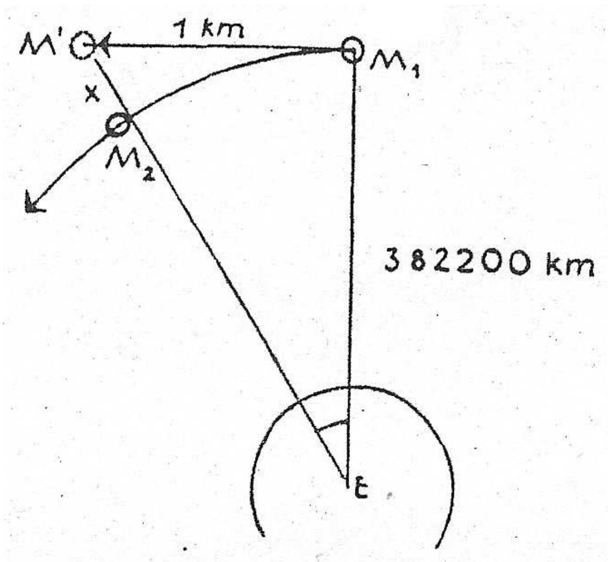


Bild 30 a

Der Mond läuft in einer Sekunde den Bogen von $M_1$ nach $M_2$, einen Kilometer weit.[10] Ohne Schwerkraft, sich selbst überlassen, liefe er seinen Kilometer gerade aus, von $M_1$ nach $M'$, Die Strecke $M_1M'$ ist also gleich der Bogenlänge $M_1M_2$ und gleich $1km$ gemacht. $M_2$ liegt also nicht genau auf der Strecke $EM'$. Aber für *kleine* Winkel (und der Winkel bei $E$ ist ja für die betrachtetete eine Zeit-Sekunde winzig klein) liegt $M_2$ sehr nahe bei der geraden Verbindungslinie von $E$ nach $M'$. Der Fehler, den wir machen, wenn wir im Folgenden so tun, als läge $M_2$ auf $EM'$, ist also, wie man *sieht*, sehr gering, verglichen mit der Strecke $x$, die wir nun abschätzen wollen: Es bedarf dazu keiner Vorkenntnisse des Rechnens mit allgemeinen Zahlen, der Gleichungen oder des Wurzelziehens. Es genügt der Satz des Pythagoras. (Zur *Einsicht* in seine allgemeine Gültigkeit braucht man nur den Satz von der Winkelsumme im Dreieck, wenn man einen möglichst einfachen Pythagoras-Beweis wählt[11]. Die folgende Betrachtung ist also auch für die letzten Jahre der Volksschule verständlich. – Bild 30b: Der Satz des Pythagoras sagt in unserem Falle: Das größte der drei Quadrate ist um das kleinste (punktierte, von nur $1km^2$ Fläche) größer als das zweitgrößte. Und da dieses *noch* einmal da ist, nämlich eingeschlossen in das größte, so verteilt sich dessen Überschuß (von $1km^2$ auf die drei, ebenfalls punktierten, Flächen: ein kleines Quadrat von der Fläche $x \cdot xkm^2$, und zwei miteinander kongruente,

[10] Die Rechnung ist grob abschätzend, denn sowohl die Mondgeschwindigkeit ($1km/sec$) wie auch der Erdradius ($6370km$) und die Mondentfernung ($60 \cdot 6370km$) können durch genauere Werte ersetzt werden. Doch ändert das wenig am Ergebnis. Man versteht das, wenn man bedenkt, was man ausrechnet: nämlich die Abweichung der Tangente vom Kreis längs eines Kilometers, und zwar von einem so riesigen Kreis.

[11] Etwa der Beweis von Annairizi. Näheres auf S. 405 meines Buches „Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken“, Stuttgart 1965.

sehr schmale, aber äußerst lange Rechtecke. Das über der Seite $x$ stehende Quadrat ist wegen der Kleinheit von $x$ ebenfalls fast ein Nichts, verglichen mit diesen Rechtecken. Sie geben also zusammen rund einen Quadratkilometer, *eines* also einen halben. Die Fläche eines dieser Rechtecke ist das Produkt aus $x$ und dem Abstand des Mondes. $(382200km)\cdot x$ ist also rund $0,5km^2 : 382200km \approx O,00000131km = 1,31mm$!

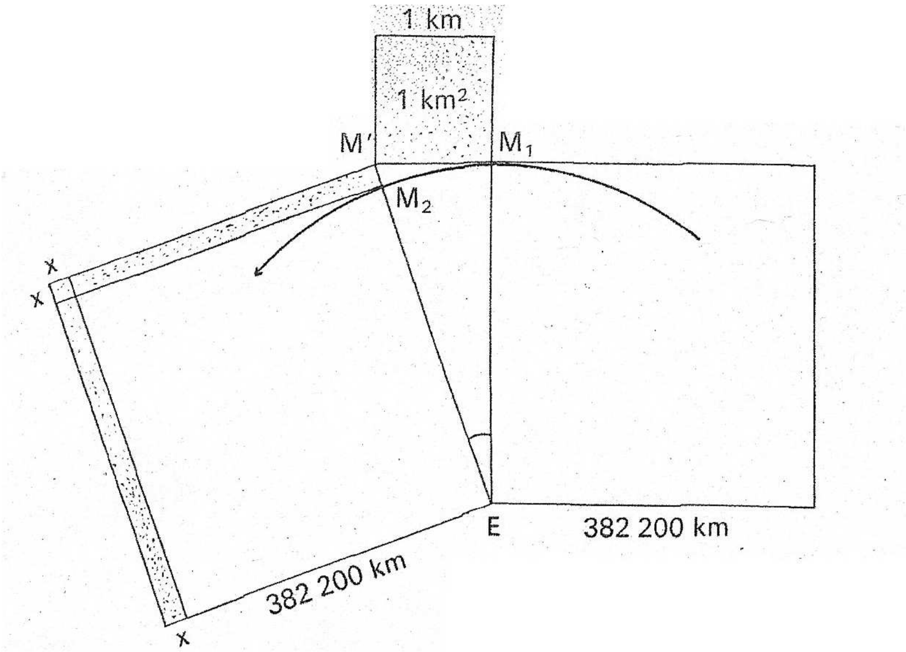


Bild 30 b

Nimmt man aus astronomischen Tabellen genauere Werte, nämlich für die mittlere Mondentfernung $384394km$ und für seine mittlere Geschwindigkeit $1.023km/sec$, so ergibt sich für $x$ als genauerer Wert $1,023 \cdot 1,023 \cdot 0,5km^2 : 384394km \approx 1,35mm$.

*So* riesig ist die Bahn, so wenig also gekrümmt, daß der Mond, in einer Sekunde einen Kilometer durchstürmend, sich nur um einen guten Millimeter von seiner Tangente weg kurvt. Er hat sie noch lange neben sich (*in* sich) in greifbarer Nähe!

Aber das ist ja nicht eigentlich das, was uns bewegt. Wir hatten ja gehofft, das Stück $x$ gleich $4,905m$ oder wenigstens in der Nähe dieser Zahl zu finden. Unser Ergebnis ist weit davon entfernt.

20. Die Enttäuschung ist groß in einer Arbeitsgruppe, wenn sie so weit gekommen ist. Also doch nicht die Schwerkraft? Gut, daß wir so vorsichtig waren, zu rechnen!

Umso befreiender und überzeugender, wahrhaft erleuchtend, wirkt die Lösung: Gerade dieses Nicht-Stimmen verwandelt sich zum doppelt schlagenden Argument: *darf* es denn wirklich $5m$ geben? War NEWTON wohl wirklich so kindlich, das zu erwarten? Hier *bei uns* auf der Erdoberfläche ist diese Zahl 5 das Kennzeichen, das Maß der Schwere. Sollte sie in diesen Fernen, in denen der Mond sich aufhält, nicht abgeschwächt sein?

Damit wird es zwar bestätigend, daß die Zahl $1,35mm$ wenigstens *kleiner* als $5m$ herauskommt. Aber das ist nicht Beweis genug.

Können wir denn nicht eine vernünftige Vermutung hegen, auf den wievielten Teil die Schwere sich bis in die Mondes-Ferne verdünnt haben könnte?

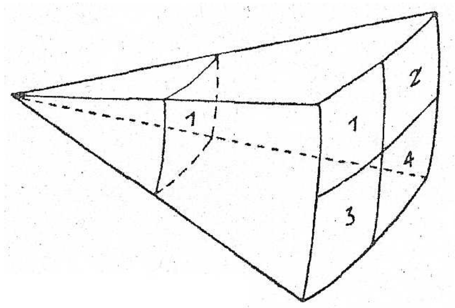


Bild 31

Das ist nun gar nicht schwer, wenn wir nur annehmen, die Schwere verbreite sich genau wie das Licht, wie der Schall, wie alles geradlinig in den Raum sich Aus-strahlende, sich gleichmäßig nach allen Richtungen Verteilende. So daß es, nach dieser Figur und nach dem Strahlensatz in der 2-fachen Entfernung auf den 4. Teil, in der 3-fachen auf den neunten und – wir wenden uns sofort zum Mond der 60 mal weiter vom Erdmittelpunkt absteht als *wir hier* – in der 60-fachen Entfernung auf den 3600. Teil zurückgehen müßte.

Und das tut sie! Denn $1,35mm = 0,00135m$ ist zwar nicht $4,905m$, aber, wie man sich leicht überzeugen kann, recht genau sein 3600. Teil!

21. Das kann kein Zufall sein. Und damit haben wir zwei Ergebnisse mit einem Schlage gefunden: .

1. Es ist die Schwerkraft. Genau gesagt, mit NEWTONs eigenen Worten: *„Jene Kraft, welche den Mond von der geradlinigen Bewegung abzieht, ist mit der irdischen Schwerkraft identisch.“*

2. Diese Schwerkraft reicht bis zum Mond, ja sie reicht ohne Ende weiter. Aber sie verdünnt sich nach dem quadratischen Gesetz: In der n-fachen Entfernung ist sie auf den $n \cdot n$. Teil abgesunken; ein Hinweis darauf, daß sie sich in geraden Linien verläuft.

22. Man darf NEWTON nicht ohne seinen großen (vielleicht größeren, – da er mehr kämpfen mußte –) Wegbereiter KEPLER nennen:

> *„Mögen mir die Gelehrten verzeihen, daß ich von Körpern, die man mit Händen greifen kann, auf das Verhalten von Weltkörpern schließe ...“*
>
> *... ich hab ... erwiesen, daß zwischen Himmel und Erden viel eine größere Verwandtschaft sei, als Aristoteles ... meinet, und (daß) sich sogar von unten hinauf argumentieren und folgern lasse.“*[12]

23. Auf diese Weise kann der Lernende, so hoffen wir, einen Hauch der naturwissenschaftlichen Methode verspüren. Vielleicht nicht mehr als einen Hauch. Aber aus seiner Reaktion wird sich zeigen, ob seine geistigen Atmungsorgane nach einem Mehr verlangen.

[12]Nach Hans SCHlMANK: Epochen der Naturforschung; Wegweiserverlag, Berlin; 1930; S. 191; 192; 224. – Taschenbuch-Ausgabe, München, 1964.

Ob er den Grad der Ungewißheit spürt, der hier noch anzugreifen wäre. Nach welchen Bestätigungen und Prüfungen ihn jetzt verlangt. Aber auch, wenn er nicht viel vom Forscher in sich hat, wenn seine Begabungen anderswo sich regen, so wird er doch aus einem einzigen solchen gründlich und langsam in freier und vertrauensvoller Aussprache gewonnenen Einblick mehr über die moderne Naturwissenschaft wissen, als nach der oberflächlichen und intellektuellen Rund- und Übersichtsreise, zu der der Vollständigkeitswahn unserer hastig sammelnden Zeit die Schulen bisher verurteilt hat.

24. Vielleicht beanstandet man, daß ja hier gar kein klarer Kraftbegriff zugrunde liege und nicht einmal von „Beschleunigung“ die Rede sei. Wieso solle $5m$ ohne weiteres ein Maß der Kraft sein, ohne die Kenntnis des $s = gt^2/2$ und des Satzes „Kraft = Masse mal Beschleunigung“?

Tatsächlich scheint mir dies alles nicht notwendig, um den einzelnen Einblick (mehr ist nicht gemeint) frei zu geben, der erreicht werden soll. Die Größe $5m$, der Fallweg der ersten Sekunde, ist eine für das irdische Schwerefeld charakteristische Konstante. Es wäre unnötige Gelehrsamkeit, statt.dessen von $g = 981 cm \cdot sec^{-2}$ zu sprechen. Dieser Fallweg wird in 60-facher Entfernung auf den 3600. Teil verkleinert festgestellt, Damit ist außer Zweifel, daß eine die Schwerkraft kennzeichnende, mit einem beliebigen Probekörper zu messende Feldgröße mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt und also, mit dieser Korrektur, in der Entfernung des Mondes ein *Gleiches wiederkehrt.*

Daß in der Rechnung zu Fig. 30 nicht „sauber“ im Sinne der Infinitesimalrechnung verfahren werden kann, ist klar, und kein wissenschaftlicher Mangel, sondern eine methodische Chance: wir können hier schon dem Fünfzehnjährigen andeuten, nicht: wie Infinitesimalrechnung vorgeht, aber: was sie kann: sie kann das unmöglich Erscheinende: diese Rechnung genau machen. Er wird nämlich einsehen: je kleiner die Zeitspanne, je kleiner auch das Stück $M_1M'$, desto kleiner wird der kleine Fehler, der daher kommt, daß wir so tun, als läge $M_2$ auf $EM'$. *Genau* zu rechnen aber erscheint unmöglich, da uns dann die Figur auch unter dem stärksten Mikroskop entschwinden muß. Eben dies leistet die Kunst der Inifinitesimalrechnung.

25. Es sollte gezeigt werden:

1. Wie es mit einem sehr geringen Bestand an mathematischem Wissen (Strahlensatz, Pythagoras, Wurzelziehen) und anderen physikalischen Kenntnissen (Fallgesetz) möglich erscheint, einen Einblick in die mathematisch- naturwissenschaftliche *Methode* zu geben an einem Beispiel, das in der abendländischen Geistesgeschichte Epoche gemacht hat.

2. Daß ein solcher Einblick nur Leben und Tiefe gewinnt (und dann auch behält), wenn man auf eine sorgsame Grundlegung acht hat aller Vorstellungen und Begriffe, die darin vorkommen, derart, daß sie in unmittelbarer Verbindung bleiben mit dem in der Natur Erlebten.

3. Daß eine weniger bescheidene Einführung in das System der Newtonsehen Mechanik (die etwa die Newton'schen Prinzipien, die Gleichung Kraft = Masse mal Beschleunigung, die Zentripetalformel und die Grundbegriffe der Inifinitesimal-Rechnung umfaßte), damit dieser erlebnishaften Fundierung *nicht* enthoben ist.