Wer hat recht - Aristarch oder der Sextant?

D. Vornholz, Olbers-Planetarium Bremen
U. Backhaus, Universität Osnabrück

(Astronomie + Raumfahrt 31, 20 (1994))

Der Abstand Erde - Sonne ist der Maßstab für Entfernungsmessungen im Weltraum - die Astronomische Einheit. Trotzdem gibt es auch heute noch keinen Versuch für die Schule, mit dem diese Entfernung einfach zu bestimmen ist. Der Versuch, die Sonnenentfernung nach Aristarch bei Halbmond mit einem Sextanten zu messen, ergab überraschende Ergebnisse. Dabei zeigte sich, dass der Zeitpunkt des Halbmondes nicht mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden kann. Trotzdem können Schüler aus den Beobachtungen und Messungen und bei dem Versuch, sie zu interpretieren, viel lernen.

1 Einleitung

Bis ins 17. Jahrhundert war die Entfernung Erde - Sonne eine astronomische Größe von vielen. Mit der allmählichen Durchsetzung des Kopernikanischen Weltbildes aber und erst recht mit Keplers 3. Gesetz wurde diese Entfernung zum Maßstab für das Sonnensystem und sogar für das ganze Weltall - zur *Astronomischen Einheit*. Bis dahin hatten alle Astronomen den fast 2000 Jahre alten Zahlenwert von *Aristarch von Samos* (300?-230?) übernommen. Im 17. Jahrhundert setzten deshalb intensive Bemühungen ein, die Entfernung zur Sonne zu messen, in deren Verlauf die Astronomische Einheit immer größer wurde - und mit ihr das ganze Universum. Es dauerte jedoch noch über 200 Jahre, bis die Sonnenentfernung auf 1% genau gemessen werden konnte.

Es ist deshalb nicht erstaunlich, dass auch heute noch kein Versuch für die Schule existiert, mit dem die Entfernung Erde - Sonne leicht bestimmt werden kann. Die Besprechung moderner Methoden, wie Radarecho, beschränkt sich in der Schule auf die Lösung reiner Rechenaufgaben, und auf einen Merkur- oder gar Venusdurchgang kann man nicht warten. Interessante Methoden haben *van der Lip* [8] und *Schlosser* [13] beschrieben. Sie bestehen darin, aus den Beobachtungsdaten eines Bedeckungsveränderlichen bzw. der Doppler-Verschiebung des Saturnspektrums die astronomische Einheit zu bestimmen. Leider eignen sie sich weniger für alle Klassenstufen als für Astronomiekurse und spezielle Arbeitsgemeinschaften. Einfacher ist es, den Gedankengang von *Römer* umzukehren und aus der Verfinsterung der Jupitermonde mit Hilfe der bekannten Lichtgeschwindigkeit den Radius der Erdbahn zu bestimmen (*Backhaus et.al.* [1]).

2 Die Methode von Aristarch

Am einfachsten zu verstehen jedoch ist die geniale Idee von Aristarch, der die Sonnenentfernung dadurch bestimmte, dass er bei Halbmond den Winkelabstand zwischen Sonne und Mond beobachtete (Abb. 1).

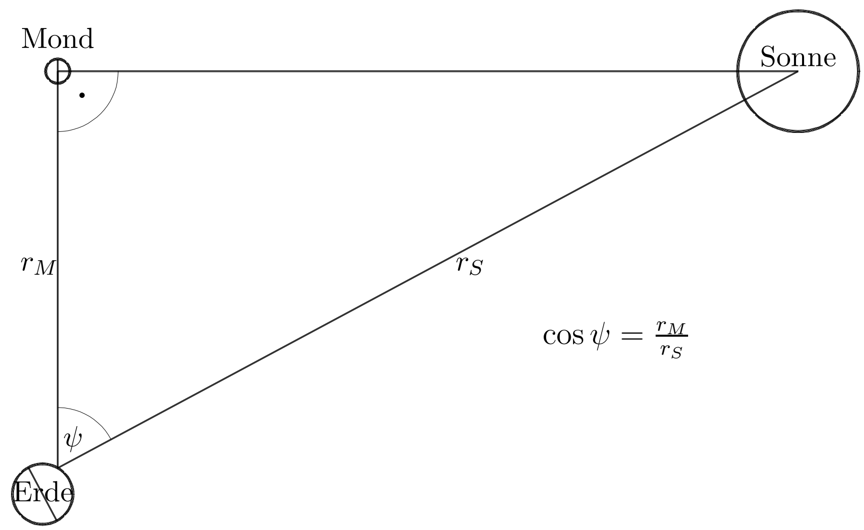

Abbildung 1: Bestimmung der Astronomischen Einheit nach Aristarch

Bei Halbmond liegt nämlich in dem Dreieck Erde - Mond - Sonne ein rechter Winkel beim Mond (s. Abb. 1). Wenn man also den Winkel zwischen Mond und Sonne bei Halbmond misst, kennt man in dem Dreieck alle Winkel und damit das Verhältnis der Entfernungen zu Sonne und Mond. Da die Entfernung zum Mond schon in der Antike recht gut bekannt war und auch heute in der Schule relativ einfach zu bestimmen ist (siehe z.B. *Schlosser* [12]), kann in fast allen Klassenstufen die Entfernung Erde - Sonne zeichnerisch oder rechnerisch ermittelt werden.

Leider ist über Aristarchs Messungen nichts überliefert. Aus seinem Zahlenwert für dieses Entfernungsverhältnis (18-20) kann man aber schließen, dass er den Winkel zu 87° annahm. Dieser Wert ist jedoch viel zu klein: Er beträgt tatsächlich fast genau 90°. Trotzdem wurde Aristarchs Angabe fast 2000 Jahre ungeprüft übernommen, u.a. weil die einzige andere Messmethode, die den Griechen bekannt war (Bestimmung der Sonnenentfernung nach *Hipparch* aus dem Zusammenhang zwischen Mondentfernung und Durchmesser des Erdschattens auf dem Mond) zufällig zu einem ähnlichen Ergebnis geführt hatte (*Harkness* [4]).

Noch *Brahe* übernahm diesen Zahlenwert, und erst 1650 wurde Aristarchs Messung von *Wendelin* wiederholt (*Herrmann* [5], *Zinner* [14]) - mit einem völlig anderen Ergebnis: Nun schien die Sonne etwa 250mal so weit entfernt zu sein wie der Mond! In dieser großen Diskrepanz deuten sich gravierende Probleme bei der Messung an:

- Der genaue Zeitpunkt des Halbmondes ist mit den Augen nur ungenau zu bestimmen - selbst mit einem Fernrohr. Es bleibt kaum etwas anderes übrig, als auf das gesammelte Wissen in astronomischen Jahrbüchern zurückzugreifen.

- Der Winkel zwischen Mond und Sonne muss offensichtlich sehr genau gemessen werden. *Herrmann* [6] hat beschrieben, wie man mit zwei Holzlatten den Winkel misst. Einerseits ist der von ihm beschriebene Messvorgang recht aufwendig, da zwei Personen gleichzeitig Sonne bzw. Mond anpeilen müssen. Andererseits kann frühestens ab Klasse 9 die Berechnung des Winkels mit Hilfe der Winkelfunktionen erfolgen.

Da im Planetarium in Bremen ein Sextant zum Inventar gehört und er in einer Hafenstadt zu den „Werkzeugen“ zählt, kamen wir auf die Idee zu versuchen, den Winkel zwischen Mond und Sonne mit einem Sextanten zu messen. Der Vorteil liegt darin, dass der Aufbau des Sextanten die *gleichzeitige* Beobachtung von Mond und Sonne ermöglicht.

3 Messungen

Durch ein 2-3fach vergrößerndes Fernrohr blickt man auf ein geteiltes Fenster und betrachtet z.B. den Mond direkt durch die linke Seite. Die rechte Seite ist halb verspiegelt. Über einen weiteren drehbaren Spiegel kann man gleichzeitig die Sonne anpeilen. Hierbei werden vorher Filter in den Strahlengang geschwenkt. Der drehbare Spiegel ist mit einer Winkelablesevorrichtung verbunden. Sieht man nun Mond und Sonne gleichzeitig, so muss nur der Winkel abgelesen werden. Die Messgenauigkeit ist recht hoch, da eine Feineinstellung in Form einer Mikrometerschraube erfolgt, auf der die Minuten des Winkels abzulesen sind.

Nun galt es, einen Termin für die Messung zu finden. Bereits der nächste, nämlich der **29. April 1993**, erwies sich als günstig: Der Zeitpunkt des 1. Viertels lag nach *Keller* [7] um **13.41 Uhr MEZ**. Das bedeutete, dass der Mond hinreichend hoch über dem Horizont stehen sollte, um gleichzeitig mit der Sonne zu sehen zu sein. Wider Erwarten spielte auch das berühmte „Bremer Wetter“ mit und zeigte einen relativ dunstfreien blauen Himmel. Aus technischen und organisatorischen Gründen konnten wir jedoch erst um 13.30 Uhr MEZ mit den Messungen beginnen. Um 14.40 Uhr beendeten dunkle Wolken die Arbeit.

Wer noch nie einen Sextanten in der Hand gehabt hat, sollte sich am Vortage mit der Handhabung vertraut machen. Spätestens wenn man Sonne und Mond im Sextanten sucht, erlebt man, wie klein sie am Himmel

Abbildung 2: Aufbau des Sextanten

erscheinen: Sie sind schwierig gleichzeitig im Fernrohr zu finden. Man kann sich das Suchen dadurch erleichtern, dass man den Sextanten auf den zu erwartenden Winkel von knapp 90° einstellt, den Mond direkt anpeilt und dann versucht, die Sonne zu finden.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, zunächst die Sonne mit beiden Fensterhälften einzustellen (Winkel 0°). Dazu muss auch in den direkten Strahlengang ein Filter geschwenkt werden. Dann vergrößert man langsam den Winkel und hält dabei ein Sonnenbild im Blick. Zwischendurch muss man den Filter im direkten Strahlengang wieder herausschwenken. Beim Vergrößern des Winkels macht man sich klar, in welcher Richtung der Mond steht, so dass man ihn irgendwann gleichzeitig mit der Sonne im Bild hat. Hat man einmal beide erfasst, so kann man sich die Lage des Sextanten merken und bei den späteren Messungen die Sonne schnell wiederfinden. Da mit Hilfe der Filter Sonne und Mond gleich hell erscheinen, ist die Feineinstellung mit Hilfe der Mikrometerschraube nicht schwer. Dreht man den Sextanten ganz leicht, so scheint z.B. die Sonne durch den Mond zu fliegen. Auf diese Weise kann man die runden Seiten der Gestirne sehr gut zur Deckung bringen. Achtet man fernerhin darauf, den Winkel immer zu vergrößern, so schaltet man den toten Gang bis auf einen möglichen systematischen Fehler aus.

4 Messergebnisse

MEZ		Winkel		MEZ		Winkel	
h	min	Grad	min	h	min	Grad	min
13	31	90	36.6	14	3		49.6
	35		36.6		6		51.8
	38		37.7		12		54.7
	41		38.6		15		57.8
	45		41.5		20	91	3.7
	49		43.2		27		4.2
	52		44.6		33		6.7
	55		45.0		37		10.3
					41		10.2

Tabelle: Winkeldistanzen zwischen Sonne und Mond, gemessen in Bremen am 29.4.1993

Verwirrenderweise war bereits der erste, um 13.31 Uhr gemessene Winkel größer als 90°: $90°36'.6$! Wir maßen jedoch weiter, um ein Gefühl für die Messgenauigkeit zu bekommen und später evtl. auf 90° extrapolieren zu können (s. Abb. 3). Dabei konnten wir schon während der Messungen bemerken, dass sich der Mond innerhalb von Minuten von der Sonne entfernt - und zwar ziemlich gleichmäßig.

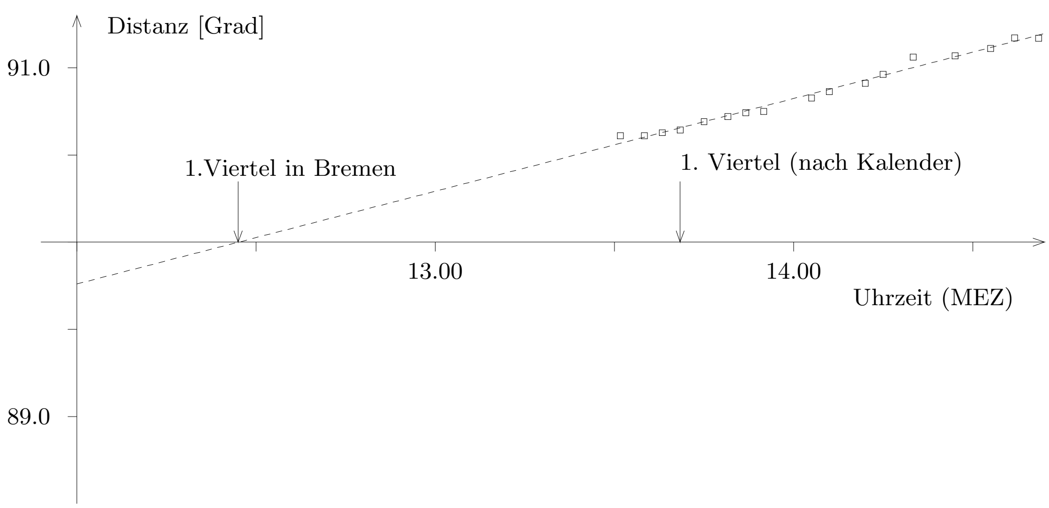

Abbildung 3: Grafische Darstellung der Messergebnisse

Die grafische Darstellung der Messergebnisse (Abb. 3) bestätigte den linearen Anstieg, vergrößerte aber unser Erstaunen: Die Ausgleichsgerade ergab als Zeitpunkt für das 1. Viertel **12.27 Uhr MEZ**!

5 Diskussion der Messergebnisse

Beim Versuch, die Messergebnisse zu verstehen, lag natürlich der Gedanke an eigene Messfehler am nächsten. Dem Sextanten konnten wir jedoch so weit vertrauen, dass er nicht Fehler im Bereich eines Grades aufweisen sollte (sonst hätte der Kapitän mit ihm nicht mehr nach Bremen zurück gefunden!). Ein falscher Nullpunkt schied auch aus, da wir beim Anvisieren der Sonne unter dem Winkel Null nur eine Abweichung von 3' festgestellt hatten. Die Linearität der Messwerte und die Steigung der Ausgleichsgeraden (**0.532°/h**) stärkte unser Vertrauen in die Messwerte weiter: Daraus ergibt sich ein akzeptabler Wert für die Länge des synodischen Monats.

Die Zeitangabe für das 1. Viertel im „Himmelsjahr“ (*Keller* [7]) deckte sich mit dem, was wir in verschiedenen Ephemeridenprogrammen fanden, schied also auch als Fehlerquelle aus.

Darauf machten wir uns als erstes klar, dass „1. Viertel“ und „Halbmond“ verschiedene Konstellationen beschreiben (s. Abb. 4): Bei Halbmond liegt im Dreieck Erde - Sonne - Mond der rechte Winkel beim Mond, beim 1. Viertel jedoch bei der Erde. Zur Zeit des 1. Viertels sollte also, so nahmen wir an, der gemessene Winkel genau 90° betragen. Wir hatten aber $90°38'.6$ gemessen!

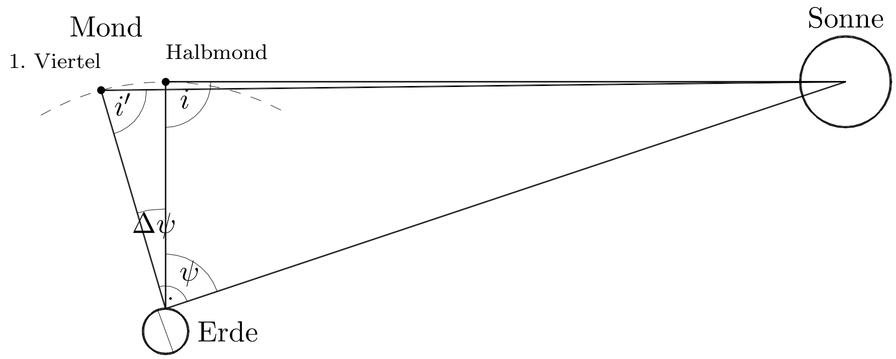

Abbildung 4: Unterschied zwischen 1. Viertel und Halbmond

Den Unterschied zwischen Halbmond und 1. Viertel kann man leicht abschätzen, wenn man die Sonnenentfernung als bekannt voraussetzt ($r_S \approx 400 r_M$). Die Winkeldifferenz $\Delta\psi$ zwischen Halbmond und 1. Viertel beträgt ungefähr

$$\Delta\psi = 90° - \arccos\frac{1}{400} = 0.14°.$$

Weil sich der Mond, von Norden aus betrachtet, gegen den Uhrzeigersinn von der Sonne entfernt, tritt das 1. Viertel etwas später als der Halbmond ein. Da der Mond in 29.5 Tagen 360° relativ zur Sonne zurücklegt (synodischer Monat T_{syn}), benötigt er für diesen Winkel die Zeit ΔT:

$$\Delta T = \Delta\psi \frac{T_{syn}}{360°} = 0.14° \cdot \frac{29.5d}{360°} \approx 0.0115d \approx 17 \text{ Minuten.}$$

Aber um 13.24 Uhr (13.41 Uhr - 17min) war die Winkeldistanz Sonne - Mond bereits deutlich größer als 90°, nämlich ungefähr 90°32′!

Die entscheidende Idee kam uns schließlich bei der Betrachtung von Abb. 1: Für welchen Punkt der Erde wird eigentlich der Zeitpunkt des 1. Viertels angegeben? Wenn auf der Tagseite der Erde gerade das 1. Viertel eintritt, ist die Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond auf der Nachtseite noch deutlich kleiner als 90° (s. Abb. 5). Die Erde ist etwa viermal so groß wie der Mond. Sie erscheint deshalb, vom Mond aus betrachtet, unter einem Winkel von etwa 2°. Um diesen Winkel können sich also die von verschiedenen Punkten der Erde aus gemessenen Winkeldistanzen zwischen Mond und Sonne maximal unterscheiden. Die Zeitpunkte für das 1. Viertel differieren deshalb um bis zu 4 Stunden:

$$\Delta T \leq 2^\circ \frac{29.5d}{360^\circ} \approx 4h$$

Die Folgerung war naheliegend: *Die im „Himmelsjahr“ angegebenen Zeiten beziehen sich auf den Erdmittelpunkt.*

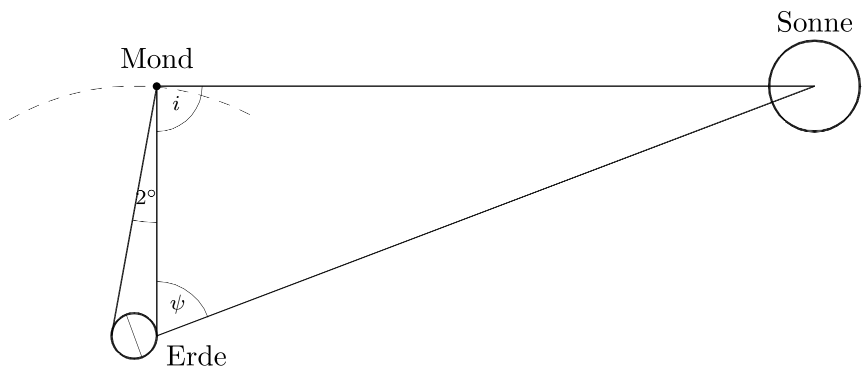

Abbildung 5: Einfluss der Mondparallaxe

6 Vergleich mit Computerberechnungen

Zur Überprüfung der Messergebnisse ist also ein Computerprogramm nötig. Das Programm muss für jeden beliebigen Ort auf der Erde und für jeden Zeitpunkt die genauen *topozentrischen*, d.h. auf den Ort des Beobachters (hier also Bremen) bezogenen, Koordinaten von Sonne und Mond berechnen und damit deren Winkeldistanz und die Mondphase bestimmen.

Die Berechnung gliedert sich in folgende Schritte:

- Berechnung der *geozentrisch ekliptikalen Koordinaten* von Sonne und Mond. Computeralgorithmen dazu sind inzwischen leicht zugänglich (siehe z.B. *Montenbruck et al.* [10], *Meeus* [9], zu denen auch Disketten lieferbar sind). Dabei muss die Lichtlaufzeit zwischen Sonne und Erde berücksichtigt werden! Das Licht braucht 8min32s von der Sonne bis zur Erde. Um also eine Konstellation zu bestimmen, wie sie von der

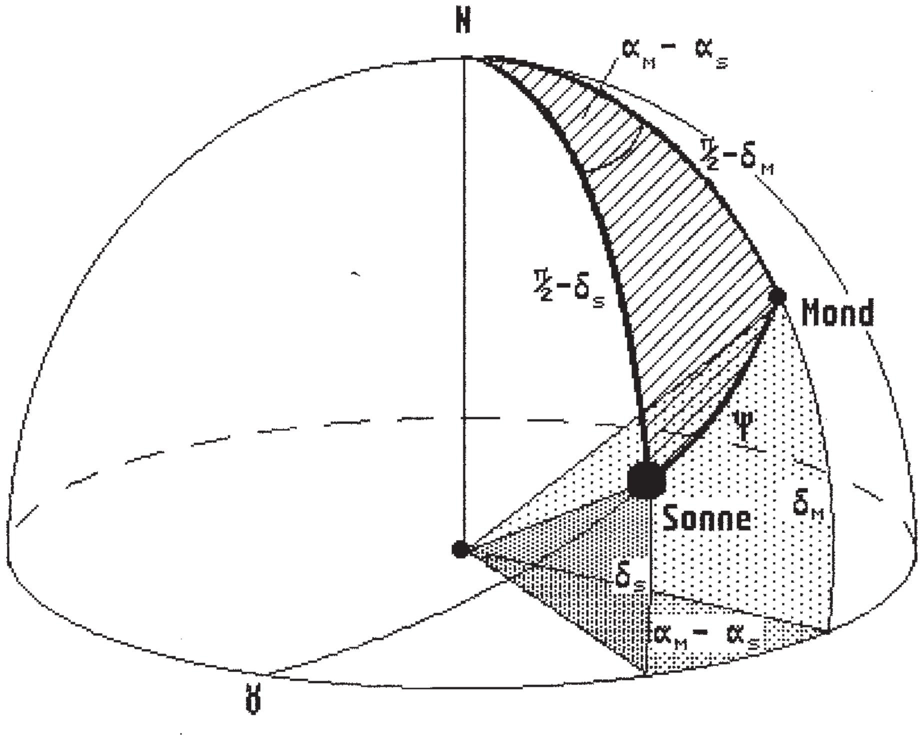

Abbildung 6: Zur Berechnung der Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond

Erde aus zu beobachten ist, muss die Position der Sonne für einen entsprechend früheren Zeitpunkt berechnet werden.

- Umrechnung der geozentrisch ekliptikalen in *geozentrisch äquatoriale Koordinaten*. Da es dabei auf die genaue Lage der Rotationsachse der Erde ankommt, muss die Nutation berücksichtigt werden. Die Routinen `SunEqu` und `MoonEqu` von *Montenbruck et al.* [10] berechnen sofort die äquatorialen Koordinaten unter Berücksichtigung der Lichtlaufzeit und der Nutation.

- Berechnung der *topozentrisch äquatorialen Koordinaten* nach *Meeus* [9].

- Die *Winkeldistanz* ψ zwischen Sonne und Mond lässt sich aus den äquatorialen Koordinaten (Rektaszension α und Deklination δ nach dem sogenannten Seitencosinussatz der sphärischen Trigonometrie berechnen (s. Abb. 6):

$$
\begin{aligned}
\cos\psi &= \cos(\frac{\pi}{2} - \delta_S)\cos(\frac{\pi}{2} - \delta_M) + \sin(\frac{\pi}{2} - \delta_S)\sin(\frac{\pi}{2} - \delta_M)\cos(\alpha_S - \alpha_M) \\
&= \sin\delta_S \sin\delta_M + \cos\delta_S \cos\delta_M \cos(\alpha_S - \alpha_M)
\end{aligned}
$$

- Berechnung des *Abstandes* r_{MS} zwischen Mond und Sonne nach dem Cosinussatz für das Dreieck Erde - Mond - Sonne (s. Abb. 1).

$$r_{MS}^2 = r_S^2 + r_M^2 - 2 r_S r_M \cos\psi$$

- Der *Phasenwinkel* i ergibt sich dann im selben Dreieck aus dem Sinussatz:

$$\sin i = \frac{r_S}{r_{MS}} \sin\psi$$

- Die Berücksichtigung der Lichtbrechung in der Atmoshäre führte zu keiner Verbesserung der Ergebnisse. Wir haben deshalb darauf verzichtet.

Die in dem Programmfragment[1] verwendeten Routinen stammen bis auf eine Ausnahme von *Montenbruck et al.* [10].

Die von einem solchen Programm berechneten Werte verdeutlichen den Zusammenhang zwischen Phasenwinkel und Winkeldistanz (s. Abb. 7): Im Laufe der Zeit wächst die Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond annähernd linear. Gleichzeitig nimmt der Phasenwinkel ab, d.h. die Mondphase wächst. Deutlich zu erkennen ist auch, dass bei Halbmond die Winkeldistanz kleiner als 90° ist. Vergleicht man die gemessenen Werte mit den berechneten, dann zeigt sich plötzlich eine überraschend gute Übereinstimmung. Diese wird noch besser, wenn der Nullpunkt der Messwerte entsprechend dem Nullfehler des Sextanten um $-3'$ korrigiert wird. Danach sind die Messwerte im Mittel nur noch um etwa $2'$ zu klein.

Nach den Computerberechnungen trat in Bremen Halbmond bereits um **12.04 Uhr MEZ** ein. Die Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond betrug dabei $\psi = 89°51'42''$. Nach der linearen Extrapolation unserer Messungen hätten wir um diese Uhrzeit $\psi = 89°50'45''$ gemessen. Damit erhalten wir den gesuchten Abstand zwischen Erde und Sonne:

$$\frac{r_M}{r_S} = \arccos 89°50'45'' \qquad \Longrightarrow \qquad r_S = 372 r_M.$$

Damit sind wir am Ziel und haben einen sehr guten Wert für die Astronomische Einheit erhalten! Wir konnten ihn jedoch nur erhalten, weil wir den Zeitpunkt für den Halbmond *berechnet* haben.

7 Methodische und didaktische Empfehlungen

Nachdem alle Schwierigkeiten klar geworden sind, die mit Aristarchs Methode trotz ihrer prinzipiellen Einfachheit verbunden sind, ist die Genauigkeit

[1] Das vollständige Programm zur Berechnung von Phasenwinkel und Winkeldistanz für beliebige Orte und Zeiten kann gegen Einsendung einer formatierten Diskette und eines Freiumschlages bei uns angefordert werden.

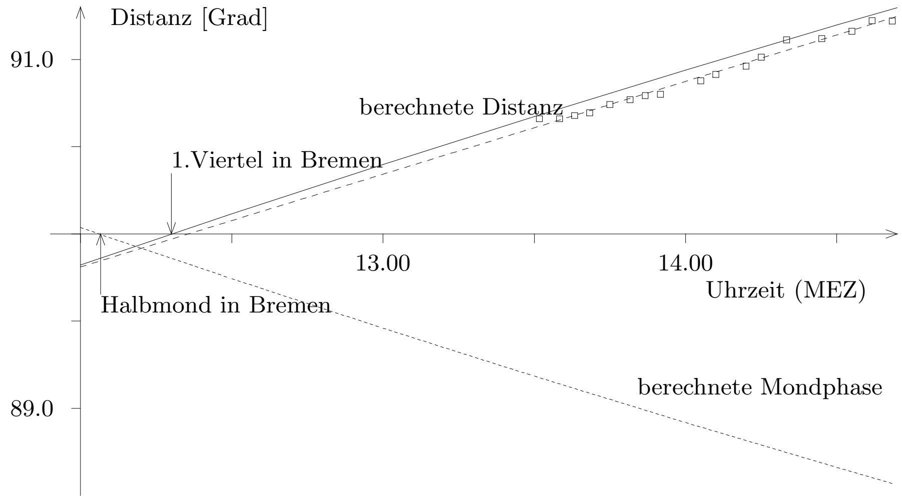

Abbildung 7: Vergleich der korrigierten Messergebnisse mit berechneten Werten

umso erstaunlicher, die *Wendelin* 1650 trotzdem erreichen konnte. Deutlich geworden aber ist auch, dass nach dieser Methode durch eigene Messungen in der Schule kein akzeptabler Wert für die Astronomische Einheit zu gewinnen sein wird. Trotzdem kann aber bei dem Versuch, die Messung von Aristarch nachzuvollziehen, viel gelernt werden!

Die Messungen mit dem Sextanten können ab der fünften Klasse durchgeführt werden. Dafür ist es zunächst erforderlich, günstige Termine zu erkennen: Sonne und Halbmond müssen gleichzeitig am Himmel zu sehen sein, möglichst in ähnlicher Höhe über dem Horizont (1. Viertel am frühen Nachmittag, Letztes Viertel am frühen Vormittag). Bei diesen Messungen sind bereits die *qualitativen Ergebnisse* sehr interessant:

- Bei Halbmond beträgt der Winkelabstand zwischen Sonne und Mond ungefähr 90°. Die Sonne muss also viel weiter entfernt sein als der Mond - und der ist doch schon unheimlich weit weg! Die Kinder können hier zum ersten Mal *durch eigene Beobachtung* eine Vorstellung von der Größe des Sonnensystems - und damit auch von der Größe der Sonne! - erhalten.

- Bereits bei den Vorversuchen in den Tagen vor Halbmond wird deutlich, dass der Winkelabstand zwischen Sonne und Mond immer größer wird. Gleichzeitig nimmt die Mondphase zu, d.h. der Phasenwinkel i ab. Die Phasengestalt des Mondes hat also etwas mit der Winkeldistanz zwischen Mond und Sonne zu tun! Bei der eigentlichen Messung bemerken die Kinder dann, dass sich der Mond erstaunlich schnell von der Sonne entfernt - bereits nach einigen Minuten kann man es messen!

- Bei diesen Diskussionen wird auch der Unterschied zwischen „1. Viertel“ und „Halbmond“ deutlich.

- Zu dem Zeitpunkt, der in einem astronomischen Jahrbuch für das 1. Viertel angegeben ist, ist die gemessene Winkeldistanz bereits deutlich größer als 90°. Anhand einer Zeichnung (s. Abb. 5) wird klar, dass dieser Effekt mit der Größe der Erde zu tun hat: die *erste Beobachtung eines astronomischen Parallaxeneffektes*!

Von der 10. Klasse an können auch *quantitative Schlüsse* aus den Messungen gezogen werden:

- Aus der zeitlichen Veränderung des gemessenen Winkels kann die Länge des synodischen Monats abgeschätzt werden: Mit Hilfe der vereinfachenden Annahme eines gleichförmigen Mondumlaufes ergibt sich aus der Steigung der Ausgleichsgeraden ($0.532°/h$) - aus Messwerten, die innerhalb einer Stunde gewonnen wurden! - die Länge des synodischen Monats zu $28.2d$. Dieser Wert ist, verglichen mit dem wahren Wert von $29.5d$, erstaunlich gut.

- Aus der gemessenen Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond zum im Kalender angegebenen Zeitpunkt für das 1. Viertel kann das Verhältnis aus Mondentfernung und Erdradius grob abgeschätzt und eventuell mit einem bei einer Mondfinsternis gewonnenen Wert verglichen werden: Aus unserer Messung ($90°38'.6$) ergibt sich, dass die Mondparallaxe π_M mindestens $38'.6$ betragen muss. Denn zum Zeitpunkt der Messung nahmen wir nicht die extremale Position in Abb. 5 ein. Daraus folgt aber:

$$\pi_M \geq 38'.6 \Longrightarrow \frac{r_M}{R_E} = \frac{1}{\pi_M} \leq 89.$$

  Dieser Wert ist nur um 50% zu groß.

- Da die Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond offenbar sehr genau gemessen werden kann, könnte man auf die Idee kommen, in Abwandlung des Gedankenganges zu versuchen, den Phasenwinkel zum Zeitpunkt des 1. Viertels zu bestimmen (ca. 89.86°). Anhand einer mit einem Gradnetz versehenen Mondkarte (s. Abb. 8) können die Schüler einen Eindruck davon gewinnen, mit welcher Genauigkeit die Schattengrenze auf dem Mond beobachtet werden müsste. Ein Blick durchs Fernrohr bei Halbmond (s. Abb. 9) zeigt dann jedoch, dass es auch mit einem großen Fernrohr unmöglich sein dürfte, die erforderliche Genauigkeit zu erzielen.

- Die Astronomische Einheit kann als Maßstab verwendet werden, um die Bahnradien anderer Planeten zu bestimmen (siehe z.B. [2]).

Die Erstellung eines geeigneten Computerprogrammes muss wohl speziellen Kursen vorbehalten bleiben. Dabei böten sich jedoch viele Möglichkeiten, sich vertieft mit dem Problem auseinanderzusetzen (z.B. Trigonometrie beliebiger Dreiecke, spärische Trigonometrie, Koordinatentransformationen, Lichtlaufzeit, Refraktion und Nutation).

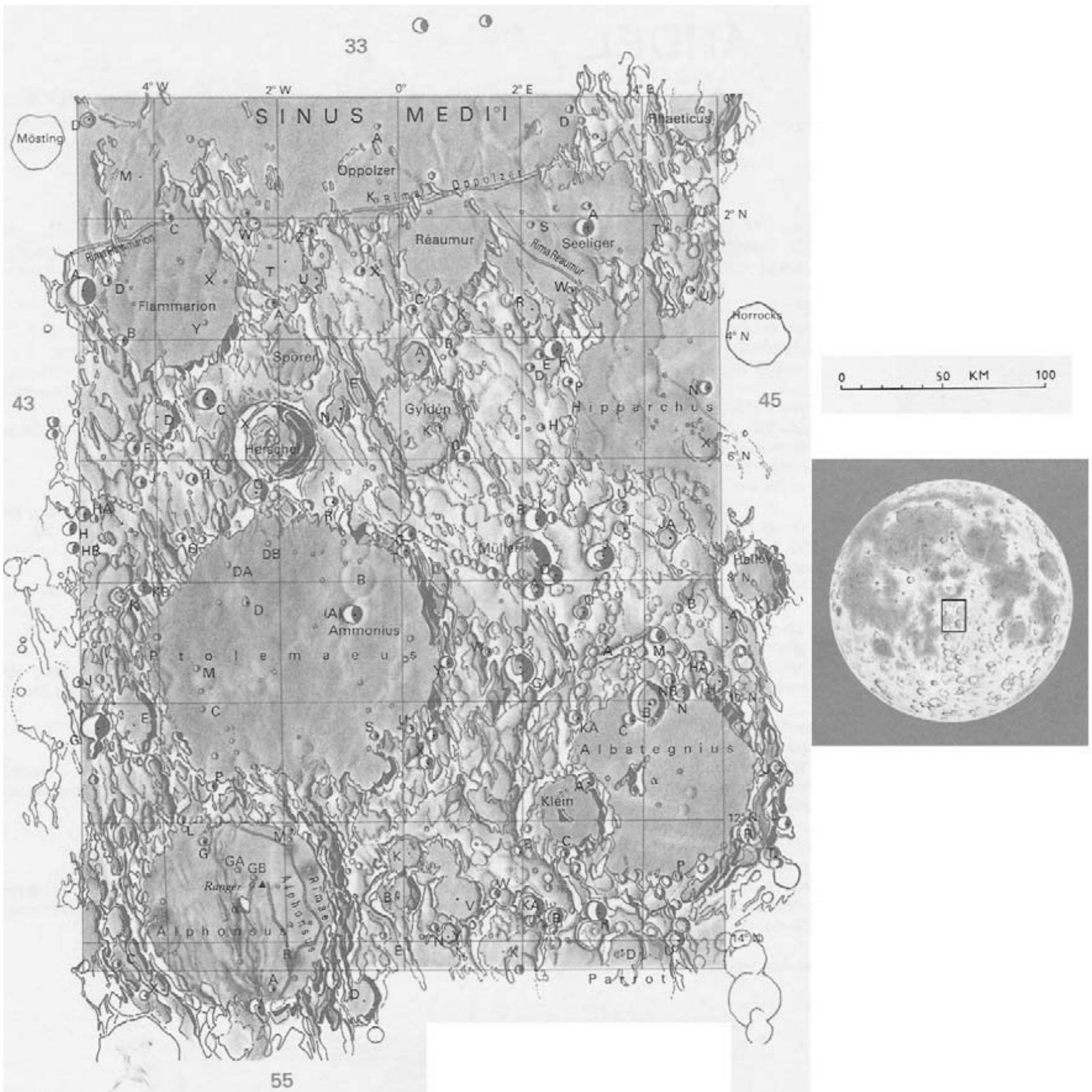

Abbildung 8: ca. 5° ∗ 7° großer Ausschnitt der Mondoberfläche in der Umgebung des nullten Meridians (aus [11])

Abbildung 9: Zunehmender Halbmond (aus [3])

8 Schlussfolgerungen

Aristarchs Idee war genial einfach. Ihre Realisierung jedoch ist mit so großen Schwierigkeiten verbunden, dass in der Schule auf diese Weise kein akzeptabler Wert für die astronomische Einheit gemessen werden kann.

Auch Aristarch dürfte keine Chance gehabt haben, den von ihm angegebenen Wert zu *messen*. Seine Angabe gibt deshalb wahrscheinlich die damalige *Erwartung* wieder. Da selbst mit einem Fernrohr die Halbphase des Mondes nicht genau genug festgestellt werden kann, ist wahrscheinlich auch der stark verbesserte Wert von *Wendelin* 1650 lediglich Ausdruck der veränderten *Vorstellung* von der Größe des Sonnensystems: Bereits *Kepler* war zu einer Sonnenentfernung von etwa 57 Mondentfernungen gekommen, *Joh. Remus* sogar zu $r_S \approx 200 r_M$ (*Zinner* [14]).

Trotz aller Schwierigkeiten kann bei dem Versuch, durch Messung der Winkeldistanz zwischen Halbmond und Sonne die Sonnenentfernung zu bestimmen, auf verschiedenen Verständnisebenen sehr viel gelernt werden.

Literatur

[1] U. Backhaus, U. Quast: *Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Römers Verfahren mit Hilfe eines astronomischen Kalenders*, Naturwissenschaften im Unterricht (Physik/Chemie) 35/7, 35 (1987)

[2] U. Backhaus: *Bestimmung der Radien von Planetenbahnen mit Fernglas und Sternkarte*, Praxis der Naturwissenschaften 39/5, 10 (1990)

[3] R. Brandt et al.: *Himmelsbeobachtungen mit dem Fernglas*, Harri Deutsch: Frankfurt 1984

[4] Wm. Harkness: *Über die Größe des Sonnensystems*, Naturw. Rundschau Band 9, 597 (1894)

[5] D. B. Herrmann: *Kosmische Weiten*, Barth: Leipzig usw. 1977

[6] D. B. Herrmann; E. Rothenberg: *Himmelskunde ohne Fernrohr*, Archenhold-Sternwarte: Berlin-Treptow 1984

[7] H.-U. Keller: *Das Himmelsjahr 1993*, Frankh-Kosmos: Stuttgart 1992

[8] J. van der Lip: , SuW 30/3, 164 (1991)

[9] J. Meeus: *Astronomische Algorithmen*, Barth: Leipzig usw. 1992

[10] O. Montenbruck, T. Pfleger: *Astronomie mit dem Personalcomputer*, Springer: Berlin usw. 1989

[11] A. Rükl: *Mondatlas*, Dausien: Hanau 1990

[12] W. Schlosser: *Astronomische Musterversuche für die Sekundarstufe I*, Vorabdruck Universität Bochum

[13] W. Schlosser, T. Schmidt-Kaler, E. F. Milone: *Challenges of Astronomy*, Springer: New York 1991

[14] E. Zinner: *Entstehung und Ausbreitung der copernicanischen Lehre*, C. H. Beck: München 1988

```
WriteLn(' Berechnung der Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond und');
WriteLn('                      des Phasenwinkels des Mondes');
WriteLn('                    ( zur Überprüfung von Aristarch )');

WriteLn;
EingabeOrt(LaengeStr, BreiteStr,
            geogLaenge, geogBreite, sinBreite, cosBreite, rhosin, rhocos);
EingabeZeitpunkt(TagStr, MonatStr, JahrStr, MezStr, Tag, Monat, Jahr,
Mez);
ET:=hmin_hdez(Mez)-1.0+1.0/60.0;                 (* Umrechnung MEZ -> ET *)
jd:=MJD(Tag, Monat, Jahr, ET);                        (* mod. Jul. Datum *)
Sternzeit:=LMSt(jd, geogLaenge/Grad)/12.0*Pi;       (* Sternzeit in rad *)
tp:=(jd-51544.5)/36525.0;                 (* jul. Jahrh. seit Epoche J2000 *)
SunEqu(tp, alphaS, deltaS, rS);        (* wahre geoz. äqu. Sonnenkoordinaten,
                                   Lichtlaufzeit und Nutation berücksichtigt *)
alphaS:=alphaS*Grad; deltaS:=deltaS*Grad;            (* Umrechnung in rad *)
rS:=rS*AE;                                      (* Umrechnung in Erdradien *)
swS:=Sternzeit-alphaS;                  (* Stundenwinkel der Sonne in rad *)
                           (* Berechnung der topozentrischen äqu. Koordinaten *)
AekoordTopoKoord(rS/AE, rhosin, rhocos, swS, alphaS, deltaS);
          (* wahre geoz. äqu. Mondkoordinaten, Nutation berücksichtigt *)
MoonEqu(tp, alphaM, deltaM, rM);
alphaM:=alphaM*Grad; deltaM:=deltaM*Grad;            (* Umrechnung in rad *)
swM:=Sternzeit-alphaM;                  (* Stundenwinkel des Mondes in rad *)
AekoordTopoKoord(rM/AE, rhosin, rhocos, swM, alphaM, deltaM);
  (* topoz. Winkeldistanz zwischen Sonne und Mond nach Seitencosinussatz *)
psi:=arccos(sin(deltaS)*sin(deltaM) +
                             cos(deltaS)*cos(deltaM)*cos(alphaS-alphaM));
                                  (* Abstand Sonne - Mond nach Cosinussatz *)
rMS:=sqrt(sqr(rM)+sqr(rS)-2.0*rM*rS*cos(psi));
i:=arcsin(rS/rMS*sin(psi));                  (* Phasenwinkel nach Sinussatz *)
IF rS*rS≥rMS*rMS+rM*rM THEN i:=Pi-i;
WriteLn('                 Phasenwinkel = ', i/Grad:7:2, # 248);
GMS(psi/Grad, g, min, sec);   (* Umrechnung in Grad, Minuten und Sekunden *)

WriteLn(' geom. Winkeldistanz = ', g, # 248, min, # 39, Round(sec), '"');
```

Programmfragment zur Berechnung von Phasenwinkel und Winkeldistanz